試験開始の指示があるまで、この問題・解答用紙冊子の中を見てはいけません。

| | |
|---|---|
| 受験番号（examinee's number） | |
| 受験者氏名(examinee's name） | |

# 2026年4月入学および2025年10月入学

# 群馬大学大学院理工学府博士前期課程

# 機械プログラム・知能制御プログラム・電子情報通信プログラム

# 学科試験（専門科目）

出題科目、ページ数及び選択方法は、下表の通りです。

① 下記の出題科目から２科目を選択して解答してください。

② 下表の選択した科目の**解答選択欄**に〇をつけてください。

③ 試験開始後、選択した科目の全ページの解答選択（check box）に〇をつけてください。また、選択した科目の全ページの受験番号欄（examinee's number）に受験番号を記入して下さい。

④ 選択がない場合は零点となります。なお②と③で選択した科目が異なる場合、②の選択が優先されます。

| 出題科目 | ページ数 | ページ番号 | **解答選択欄** | 選択方法 |
|---|---|---|---|---|
| 電気・電子回路 | 4 | 1/4～4/4 | | 左の６科目のうちから２科目を選択し、解答してください。選択した科目の全ページの解答選択とこの表の**解答選択欄**の両方に〇をつけてください。 |
| 電磁気学 | 4 | 1/4～4/4 | | |
| 機械力学・制御工学 | 4 | 1/4～4/4 | | |
| 電気・機械数学 | 4 | 1/4～4/4 | | |
| 材料力学 | 2 | 1/2～2/2 | | |
| 流体力学・熱力学 | 3 | 1/3～3/3 | | |

受験上の注意事項

① 電卓の持ち込みを認めません。定規・コンパスの使用は認めます。

② 解答欄が足りない場合は、その問題の裏面を使用してください。

③ 試験中に問題･解答用紙冊子の印刷不鮮明、ページの落丁･乱丁及び汚れ等に気づいた場合は、手を高く上げて監督者に知らせて下さい。

④ 問題・解答用紙冊子は、どのページも切り離してはいけません。

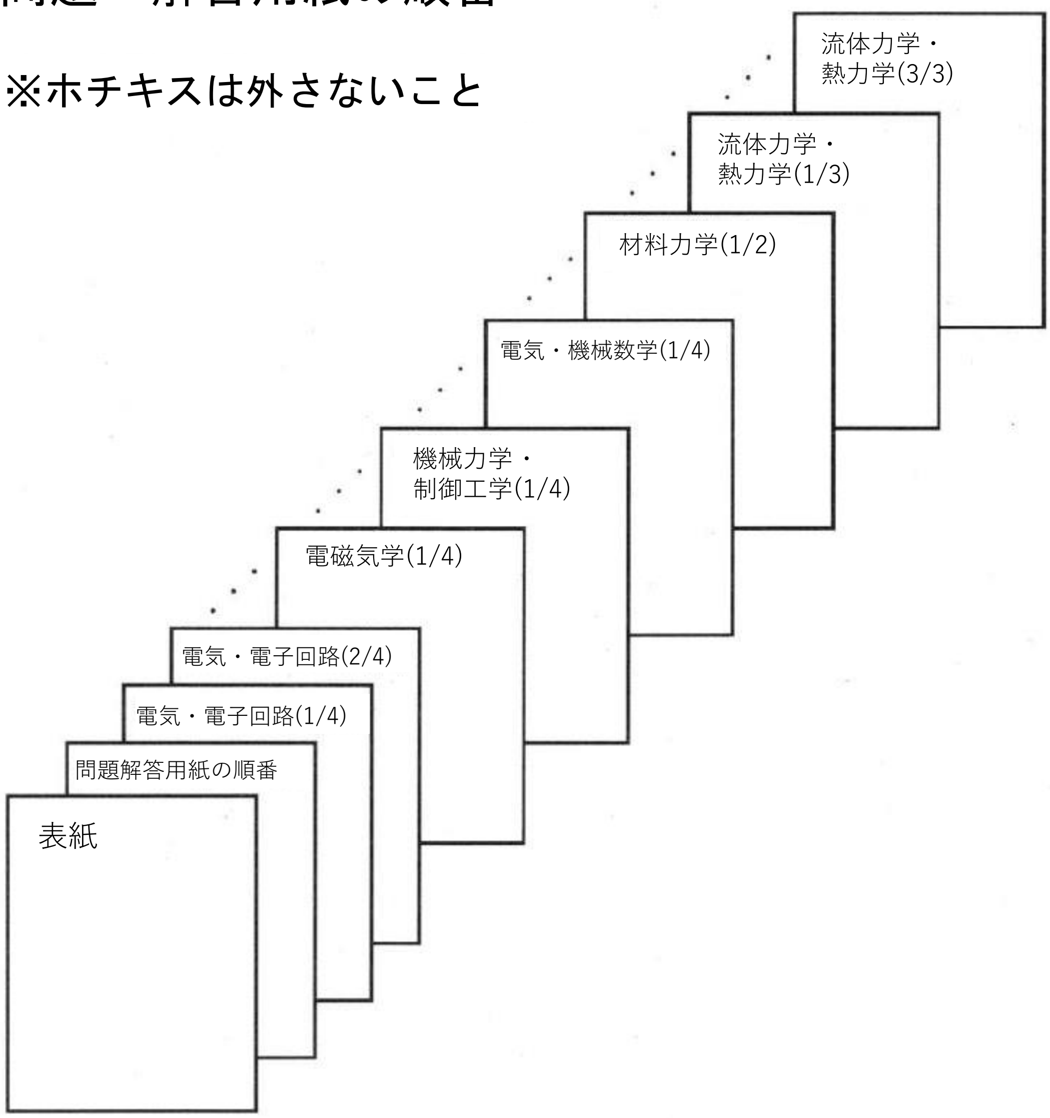
⑤ 試験終了後、問題・解答用紙冊子は回収しますので持ち帰ってはいけません。

受験番号（examinee’s number）

| 科目(Subjects) | ページ数 | ページ番号 |
|---|---|---|
| Ⅰ. 電気・電子回路 | 4 | 1/4～4/4 |
| Ⅱ. 電磁気学 | 4 | 1/4～4/4 |
| Ⅲ. 機械力学・制御工学 | 4 | 1/4～4/4 |
| Ⅳ. 電気・機械数学 | 4 | 1/4～4/4 |
| Ⅴ. 材料力学 | 2 | 1/2～2/2 |
| Ⅵ. 流体力学・熱力学 | 3 | 1/3～3/3 |

# 問題・解答用紙の順番

※ホチキスは外さないこと



解答選択（check box）:

受験番号（examinee's number）

問１.

(1) Fig.1 のような無損失線路においては

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta x & jZ_0 \sin\beta x \\ \dfrac{j\sin\beta x}{Z_0} & \cos\beta x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_x \\ I_x \end{pmatrix} \qquad (1)$$

が成り立つ。ただし、$Z_0$ は特性インピーダンス、$\beta$ は位相定数である。
ここで、

$$Z_1 \equiv \frac{V_1}{I_1}, \qquad Z_x \equiv \frac{V_x}{I_x} \qquad (2)$$

とする時、 $Z_x$ を使って$Z_1$ を表す式を求めよ。

(2) Fig.2 のように、特性インピーダンス $Z_0$=50 Ωの無損失線路の終端に負荷インピーダンスを接続した場合、終端から 75 cm の地点 $P$ から終端側をみたインピーダンス$Z_p(\equiv V_p/I_p)$ を求めよ。ただし、送端の電源周波数は 300 MHz とする。なお、この線路における伝搬速度は光速（c = 3.0×$10^8$ m/s）と考えて良いものとする。

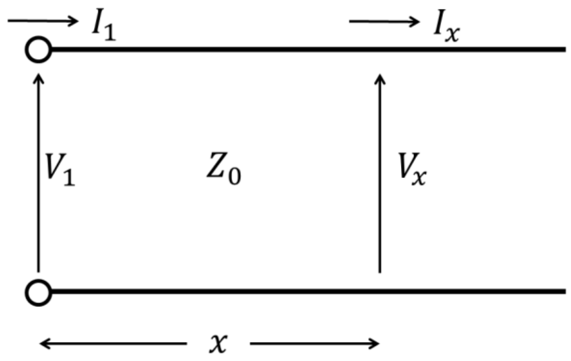



Fig.1

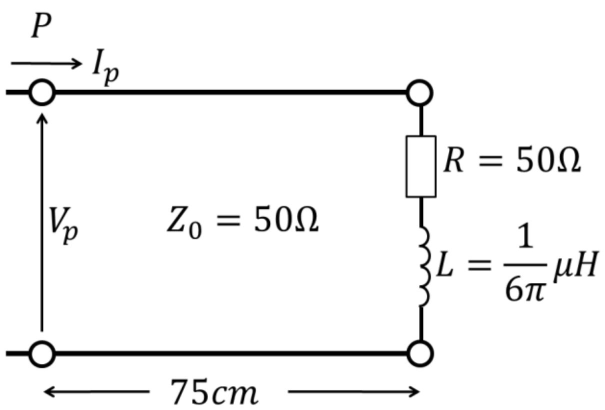



Fig.2

受験番号（examinee’s number）

電気・電子回路（2/4）
問１の解答用紙

解答選択（check box）：

解答選択（check box）:

受験番号（examinee's number）

問２.

(1) Fig. 3 の回路について，出力$V_{\mathrm{OUT}}$を$V_1$と$V_2$の式で表せ。オペアンプの増幅率は A とする。

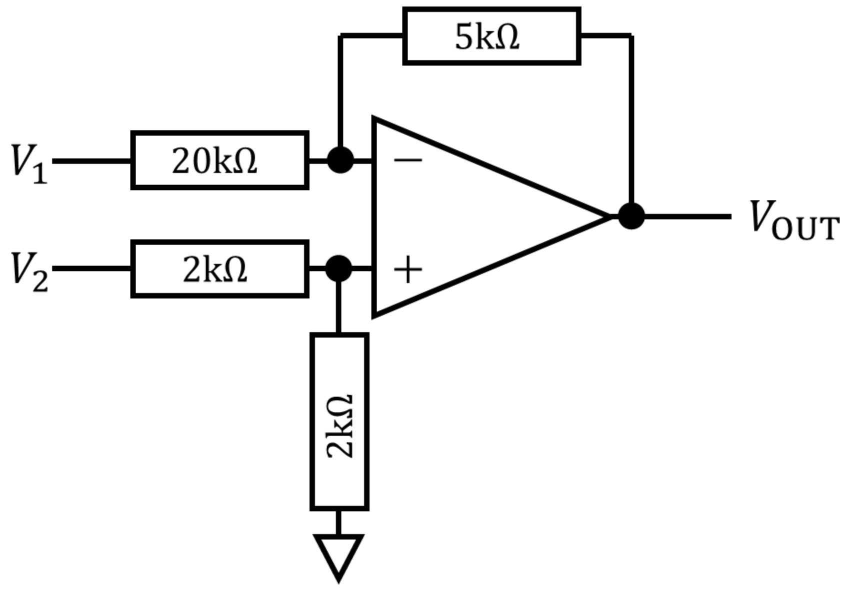



Fig. 3： 問２. (1)の回路

(2)

(a) 増幅率 A のオペアンプを Fig. 4 に示すように接続したとき、出力電圧$V_{\mathrm{out}}$を入力電圧$V_{\mathrm{in}}$の式で表せ。

(b) Fig. 4 の回路が利用価値を持つのはどのようなときか答えよ。解答には利用前後の回路図を併記し、回路内の電圧や電流なども明示、更にそれらの図について文章での説明も記述すること。

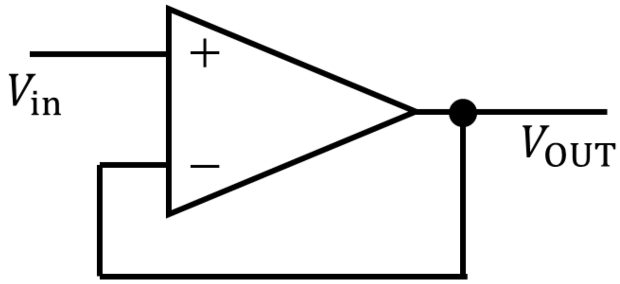



Fig. 4： 問２. (2)の回路

電気・電子回路（4/4）
問２の解答用紙

解答選択（check box）:

受験番号（examinee's number）

解答選択（check box）:

受験番号（examinee’s number）

問１．以下の文を読み問(1)～(6)に答えよ。

原点 O を中心とする球対称な電荷分布が位置$\vec{r}$に作る電場は、原点 O を中心とした半径$|\vec{r}|$の球面に囲まれた領域に含まれる電荷量を持った点電荷が原点 O にあるとき、その点電荷が位置$\vec{r}$に作る電場と等しい。

半径$a$の球面で囲まれた領域に一定の電荷密度$\rho$で電荷が分布した球電荷分布 A、半径$b$の球面で囲まれた領域に一定の電荷密度$-\rho$で電荷が分布した球電荷分布 B が作る静電場を考察する。真空の誘電率は$\varepsilon_0$とする。

(a) 球電荷分布 A だけが存在する場合を考えよう。球電荷分布 A の中心は原点 O に一致しているとしよう。

(1) 原点 O を中心とした半径$a$の球面に囲まれた領域の内部の位置$\vec{r}$、外部の位置$\vec{r}$における静電場$\vec{E}(\vec{r})$をそれぞれ求めよ。

(2) 原点 O を中心とした半径$a$の球面に囲まれた領域の内部の位置$\vec{r}$、外部の位置$\vec{r}$における静電位$\phi(\vec{r})$をそれぞれ求めよ。無限遠での静電位をゼロとする。

(3) 球電荷分布 A の表面全体に、一様な電荷密度$\rho$、一様な厚さ$\Delta a$の帯電層を付け加えるのに必要な仕事を、$a, \Delta a, \rho, \varepsilon_0$を用いて表せ。$\Delta a$は十分に小さく厚さ$\Delta a$の帯電層それ自身を作るのに必要な仕事は無視できる。

(4) 球電荷分布 A を作るのに必要な仕事を求めよ。

(b) 球電荷分布 A と球電荷分布 B だけが存在する場合を考えよう。$b < a$であり、球電荷分布 A の中心と球電荷分布 B の中心は、どちらも原点 O に一致しているとする。

(5) 球電荷分布 A と球電荷分布 B が作る電場$\vec{E}(\vec{r})$を求め、原点 O からの距離が、$b$以下の領域、$b$から$a$の領域、$a$以上の領域に分けて答えよ。

(c) 球電荷分布 A と球電荷分布 B だけが存在し、球電荷分布 A の中心は原点 O、球電荷分布 B の中心の位置は$\vec{d}$であるとする。ただし、$a < |\vec{d}| < a + b$とする。

(6) 球電荷分布 A と球電荷分布 B が重なっている領域の電場$\vec{E}(\vec{r})$を求めよ。

受験番号（examinee's number）

電磁気学（2/4）
問１の解答用紙

解答選択（check box）：

| 受験番号（examinee's number） |
| --- |
| |

電磁気学（3/4）　　解答選択（check box）：

問２．断面が半径 $a$ の円形の鉄棒から Fig. 1 に示すような半径 $r$ の円環を作り、そこにコイルを $N$ 回巻くことで環状ソレノイドコイルを作製した。このコイルに電流 $I$ を流したとき、以下の問(1)～(3)に答えよ。ただし、鉄の透磁率を $\mu$ とする。また、$a$ は $r$ に比べて十分に小さく、円環状鉄心内部の磁場の強さは一定とする。さらに、円環状鉄心から磁束の漏れはないとする。

(1) 円環状鉄心の内部と外部における磁場の強さ $H$ をそれぞれ求めよ。

(2) 円環状鉄心内部における磁束密度 $B$ を求めよ。

(3) 円環状鉄心内部における磁束$\Phi$を求めよ。

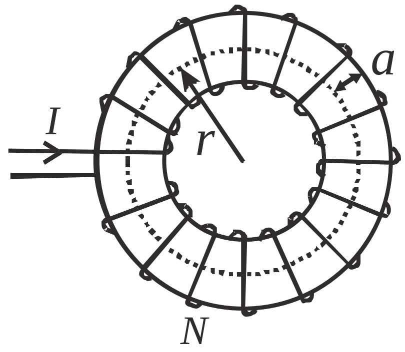



Fig. 1

次に、Fig. 2 に示すように、円環状鉄心（半径 $r$ 、断面半径 $a$ 、透磁率 $\mu$）に巻数 $N_1$ の一次コイルと巻数 $N_2$ の二次コイルを巻いた。以下の問(4)～(8)に答えよ。ただし、円環状鉄心内部の磁場の大きさは一定であり、磁束は円環状鉄心の外部に漏れないものとする。

(4) 一次コイルに電流 $I$ を流すとき、一次コイルを貫く磁束（鎖交磁束）$\Phi_1$ を求めよ。

(5) 一次コイルの自己インダクタンス $L_1$ を求めよ。

(6) 二次コイルの自己インダクタンス $L_2$ を求めよ。

(7) 相互インダクタンス $M$ を求めよ。

(8) 自己インダクタンス $L_1, L_2$ と相互インダクタンス $M$ との間に成り立つ関係式を求めよ。

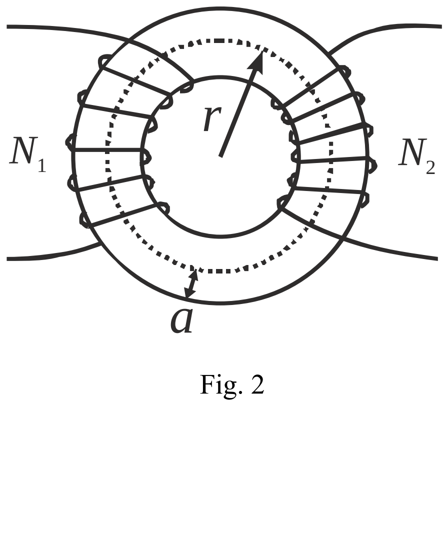



Fig. 2

電磁気学（4/4）
問２の解答用紙

解答選択（check box）:

受験番号（examinee’s number）

解答選択（check box）:

受験番号（examinee’s number）

機械力学・制御工学は問１及び問３が必答問題です。問２と問４は選択問題です。問２、問４のいずれかに解答しなさい。両方の問に解答した場合は 0 点とします。合わせて３問の解答が必要です。

問１．（**必答問題**）

Fig. 1 のように、質量 $M$ の物体が、滑らかで摩擦が無視できる水平面上に置かれ、左右にそれぞればね定数 $K/2$ のばねで支持され剛壁に接続されている。また、物体の右側と剛壁の間には、減衰係数 $C$ の減衰器がばねと並列に接続されている。ただし、$K$ と $C$ の値はともに正であるものとする。静止状態での物体の位置を原点 O に選び、図のように $x$ 軸を設ける。物体は $x$ 軸方向のみに移動できるものとする。静的釣り合い位置からの、物体の $x$ 軸方向変位を $U$、時間を $t$ として以下の問に答えなさい。

(a) Fig. 1 の振動系について、物体の変位 $U$ を未知数とした運動方程式を示しなさい。

(b) Fig. 1 の振動系の臨界減衰係数を示しなさい。（導出過程は不要）

(c) 減衰が十分に小さく $C$=0 とみなせる場合の、Fig. 1 の系の固有角振動数を示しなさい。（導出過程は不要）

つぎに、Fig. 1 の振動系の質量 $M$ の物体に、$x$ 軸方向へ周期的な加振力 $P\cos\Omega t$ を与えた場合を考える。ただし、$P$ は加振力の振幅、$\Omega$は加振力の角振動数であり、共に正の定数である。

(d) 周期的な加振力が作用する Fig. 1 の振動系の強制振動を支配する、物体の変位 $U$ を未知数とした運動方程式を示しなさい。

(e) 減衰が十分に小さく $C$=0 とみなせる場合の、Fig. 1 の振動系の強制振動における物体変位 $U$ の定常応答、すなわち運動方程式の特殊解を求めなさい。

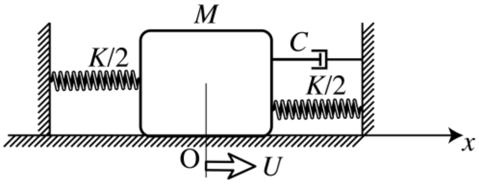



Fig. 1

解答選択（check box）:

受験番号（examinee’s number）

問２．（**選択問題：問２または問４**）　選択した問→（　　）

問１で扱った Fig. 1 の振動系の質量 $M$ の物体に、$x$ 軸方向へ周期的な加振力 $P\cos\Omega t$ を与えた場合について、減衰が無視できない場合の強制振動応答について考える。

(a) 減衰が無視できない場合の、Fig. 1 の振動系の強制振動における物体変位 $U$ の定常応答、すなわち問１(d)で導いた運動方程式の特殊解を、$U = a\cos\Omega t + b\sin\Omega t$ のように仮定して、$a,b$ を各々式で示しなさい。

(b) 問(a)の結果より、$U = A\cos(\Omega t - \phi)$のように三角関数を合成した際の、振幅 $A$ を式で示しなさい。ただし、$A$ は正とする。

(c) 加振力の角振動数$\Omega$を問１(c)で求めた無減衰時の固有角振動数に一致させた際の、物体変位の振幅 $A$ と、位相角$\phi$を求めなさい。

解答選択（check box）：

受験番号（examinee’s number）

問３．（**必答問題**）

次の各問に答えよ。

(1) Fig. 2 に示す RLC 直列回路について、以下の問いに答えよ。

(a) この回路の伝達関数 $V_o(s)/V_i(s)$ を導出せよ。ただし、$t=0$ におけるコンデンサの初期電荷はゼロであると仮定する。また、$V_i(s)$, $V_o(s)$ は、それぞれ $v_i(t)$, $v_o(t)$ のラプラス変換を表すものとする。

(b) (a)で求めた伝達関数 $V_o(s)/V_i(s)$ から 2 次遅れ要素の固有角周波数および減衰係数を導出し、このシステムが過減衰となる条件を求めよ。

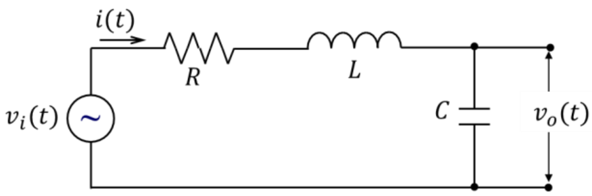



Fig. 2

(2) Fig. 3 のような入力信号$R(s)$を持つシステムの応答$Y_1(s)$を求めよ。

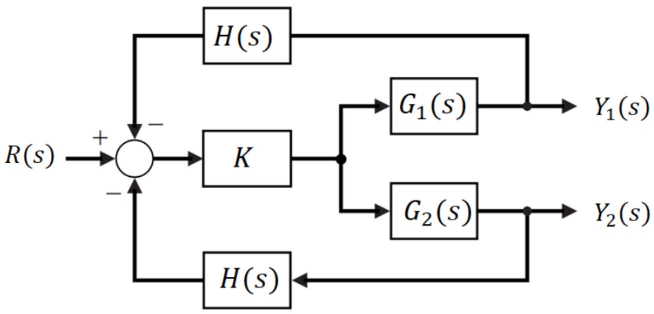



Fig.3

(3) 次式の伝達関数のゲイン線図の概形（折れ線近似）を描け。

$$G(s)=\frac{s+20}{s(s+2)}$$

解答選択（check box）：

受験番号（examinee's number）

問４．（**選択問題：問２または問４**）　選択した問→（　　）

次の各問に答えよ。

(1)　伝達関数 $G(s)$ が次式で与えられるシステムに対して、以下の問いに答えよ。

$$G(s) = \frac{4}{s^2+3s+2}$$

(a) インパルス応答 $g(t)$ を求めよ。

(b) このシステムの安定判別を行え。

(2)　次式の一巡伝達関数 $L(s)$ を持つ各閉ループ系に対して、目標値を単位ステップ信号とした場合の定常偏差を求めよ。

(a) $L(s) = \frac{40}{s+10}$

(b) $L(s) = \frac{6}{s^2+3s}$

(3)　Fig.4 のようなゲインの折れ線近似図の概形から、このシステムの伝達関数を求めなさい。ただし、このシステムは最小位相システムであるとする。

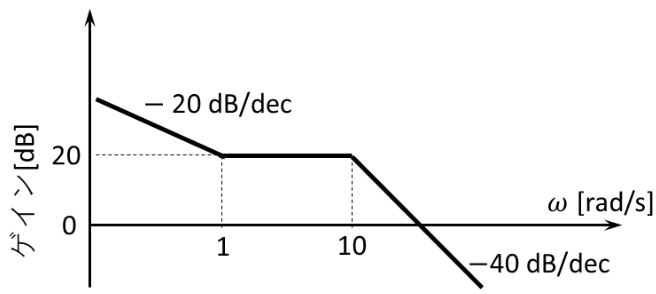



Fig.4

解答選択（check box）：

受験番号（examinee’s number）

問１． 以下の問(a)と(b)の両方に答えよ。

(a) 関数$f(t)$のラプラス変換$F(s)$は$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$で定義される。この定義式を用いて、以下の式の$F(s)$を求めよ。ただし$s$、$a$は実数とする。

(a-1) $f(t) = e^{at}\ \ (a < s)$ (a-2) $f(t) = t$

(b) ラプラス変換を利用して、次の微分方程式を解け。必要に応じて$\mathcal{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0)$を用いてもよい。

$$f''(t) - 2f'(t) + f(t) = 0,\ f(0) = 2,\ f'(0) = 3$$

解答選択（check box）:

受験番号（examinee’s number）

問２．　以下の問(a)と(b)の両方に答えよ。

(a)　２つの力$\overrightarrow{F_1} = 4\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\vec{k}$ [N] と$\overrightarrow{F_2} = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}$ [N] との合力によって、三次元空間における点$\overrightarrow{r_1} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$ [m] から点$\overrightarrow{r_2} = 5\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + \vec{k}$ [m] に質点が変位するとき、これらの力によって質点になされる仕事を求めよ。ただし、$x$軸・$y$軸・$z$軸方向の単位ベクトルをそれぞれ$\vec{\imath}$、$\vec{\jmath}$、$\vec{k}$とし、$\overrightarrow{F_1}$ および $\overrightarrow{F_2}$ 以外の力は質点にかからないものとする。

(b)　３変数関数 $f(x,y,z) = 2xy$、$g(x,y,z) = x^2$、$h(x,y,z) = -2z$について、以下の問に答えよ。

(b-1)　ベクトル場 $\vec{v} = f(x,y,z)\vec{\imath} + g(x,y,z)\vec{\jmath} + h(x,y,z)\vec{k}$　が、渦のない場であることを証明せよ。

(b-2)　以下の式を用いて、スカラー場$\varphi(x,y,z)$を求めよ。

$$\varphi(x,y,z) = \int_0^x f(x,y,z)\,dx + \int_0^y g(0,y,z)\,dy + \int_0^z h(0,0,z)\,dz$$

(b-3)　$\nabla\varphi$ $(= \mathrm{grad}\ \varphi)$を求めよ。

解答選択（check box）:

受験番号（examinee's number）

問３．行列$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-8 & 3\\ -18 & 7\end{pmatrix}$ について、以下の問に答えよ。

(1) 行列$\boldsymbol{A}$の対角化に用いる正則行列$\boldsymbol{T}$およびその逆行列$\boldsymbol{T}^{-1}$を求めよ。ただし、$\boldsymbol{T}$の行列要素は全て自然数で det $\boldsymbol{T}$=－1 とする。また$\boldsymbol{T}$により得られる対角行列の 1 行 1 列成分、2 行 2 列成分はそれぞれ 1、－2 とする。

(2) $\boldsymbol{A}^n$を計算せよ。

(3) 行列指数関数 $\exp(\boldsymbol{A})$ の値を求めよ。ただし、行列指数関数は次式の通り定義される：$\exp(\boldsymbol{A})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\boldsymbol{A}^n$.

解答選択（check box）：

受験番号（examinee's number）

問４．　次の周期関数$f(x)$について、以下の問に答えよ。

$$f(x) = x^2 \ \ (0 < x < 2\pi), f(x + 2\pi) = f(x).$$

(1) Fig. 1 に$f(x)$の概形を図示せよ。

※$x$ 軸（水平軸）・$y$ 軸（垂直軸）も忘れずに明記すること。また両軸のスケールを確認できるように、いくつかの $x$ に対する $f(x)$の値も軸に明記すること。

(2) $f(x)$を<u>複素</u>フーリエ級数展開せよ。周期 $T$ の関数 $f_T(x)$に対する複素フーリエ級数は(1)式のとおり定義される。必要に応じて次の不定積分公式（(2)式）を利用してもよい（$a$ は実数、$j$ は虚数単位で、積分定数は省略）。

$$f_T(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\frac{2n\pi}{T}x}. \quad \cdots (1)$$

$$\int x^2 \exp(jax)\, dx = \frac{2ax - j(a^2x^2 - 2)}{a^3} \exp(jax). \quad \cdots (2)$$

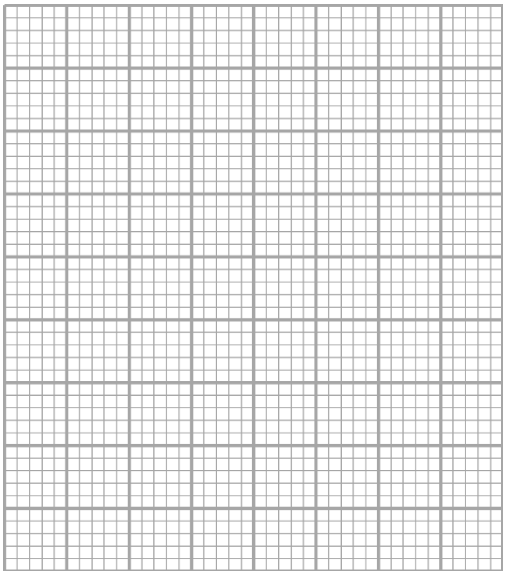


Fig. 1

(3) (2)の結果を利用して、次の等式が成り立つことを示せ（式中の+-は、正号・負号が交互に各項の符号として現れることを示す）。

$$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} + - \cdots \ = \frac{\pi^2}{12}\ .$$

解答選択（check box）：

受験番号（examinee’s number）

問１．Fig. 1 のように縦弾性係数（ヤング率）$E$、断面積 $A$、長さ $l$ の均一な棒 AB の両端を、変形が無視できる剛性壁に固定し、A 端より距離 $a$ の断面 C に荷重 $P$ を加える。AC 部分、CB 部分に生じる応力$\sigma_a$、$\sigma_b$をそれぞれ求めよ。なお、棒に作用する重力は無視できるものとする。

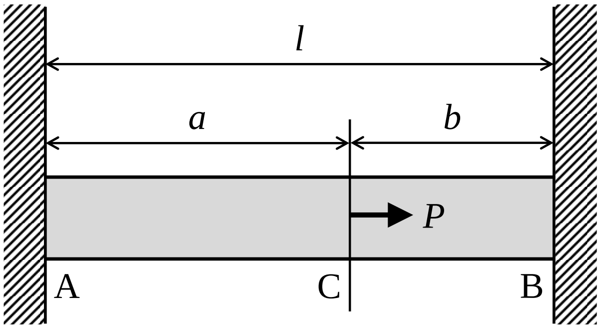



Fig. 1

解答選択（check box）：

受験番号（examinee's number）

問２．Fig. 2 のように縦弾性係数（ヤング率）$E$、断面二次モーメント $I$、長さ $l$ の片持ちはりの A 端を、変形が無視できる剛性壁に固定し、A 端より距離 $a$ の C 点に集中荷重 $P$ を加える。なお、はりに作用する重力は無視できるものとする。

(a) このはりの、せん断力図と曲げモーメント図を求めよ。

(b) このはりの、たわみとたわみ角を求めよ。

(c) このはりに生じる最大たわみを求めよ。

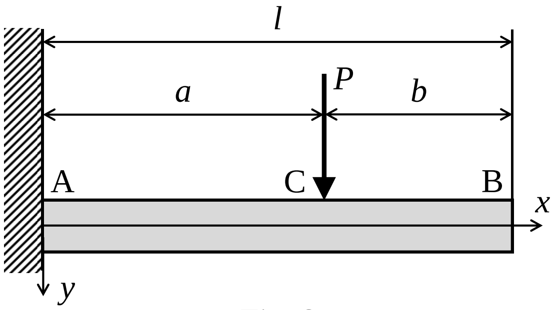


Fig. 2

受験番号（examinee's number）

解答選択（check box）:



問１．内径75 mm、長さ200 mの水平管路に比重0.7の流体が5 L/sの流量で流れている。流体は粘性流体、非圧縮性流体であり、流れは定常とし、レイノルズ数は255である。次の設問に答えよ。ただし、円周率$\pi$は3.14とする。

(1) 流れは層流か、乱流か、判別しなさい。
(2) 平均流速はいくつになるかを求めなさい。
(3) 流体の動粘度（動粘性係数）はいくつになるかを求めなさい。
(4) 流れの管摩擦係数はいくつになるかを求めなさい。
(5) 管路の圧力降下はいくつになるかを求めなさい。

解答選択（check box）:

問２． 理想気体の可逆変化に対して以下の問に答えよ。

(a) $p$ を圧力、$S$ をエントロピー、$T$ を温度、$U$ を内部エネルギー、$V$ を体積とするとき、次式が成り立つ。

$$TdS = dU + pdV$$

この式とエンタルピー$H$ の定義式から次式を導出しなさい。

$$TdS = dH - Vdp$$

(b) 摩擦のないピストンとシリンダからなる容器があり、その中に圧力 $0.20\times10^6$ Pa で体積 1.0 $m^3$ の理想気体が入っている。この気体に $2.0\times10^6$ J の熱を加えたところ、その体積が 4.0 $m^3$ まで可逆的に膨張した。この過程で気体の圧力は一定であった。この過程において気体が外部にした絶対仕事と、気体の内部エネルギーの変化量を求めよ。

解答選択（check box）:

受験番号（examinee's number）

問３．温度 $1.0\times10^3$ K の高温熱源と温度 $3.0\times10^2$ K の低温熱源で作動する可逆カルノーサイクルを考える。このサイクルが低温熱源に熱を捨てる過程で作動流体のエントロピーが $2.0\times10^3$ J/K 減少した。作動流体は理想気体とする。このとき以下を求めよ。

(a) このサイクルの熱効率

(b) このサイクルが高温熱源から受け取る熱量

(c) このサイクルの仕事