

小論文（自然科学系）数学

（共同教育学部）

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『小論文（自然科学系）数学』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む3枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りにになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. **解答は各問題の下の解答欄に記入してください。解答欄に収まらない場合は解答欄の最後に「裏面に続く」と記載して、裏面に続きを記入しても構いません。「裏面に続く」の記載がない場合は裏面に解答してもその部分は採点しません。**
7. 問題 **1** は必答問題です。
問題 **2** (数学Ⅲの内容を含む) と問題 **3** (数学Ⅲの内容を含まない) は選択問題です。どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また、**選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。**「選択しない」と記入しなかった場合や問題 **2** と問題 **3** の両方を解答した場合は、両方の答案が0点になることがありますので、注意してください。
8. 解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの議論や計算過程も記述してください。
根拠に基づいた論述と正確な推論を評価します。
9. 問題 **2** と問題 **3** の選択問題の解答用紙を含む3枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下 書 用 紙 (1)

下 書 用 紙 (2)

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

問題 1 は必答問題です。

解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの議論や計算過程も記述してください。

1 θ_1 は $\frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$ を満たす定数とし、数列 $\{\theta_n\}, \{a_n\}$ は次の条件によって定められているとする。

$$\theta_{n+1} = \frac{1}{2}(2\pi - \theta_n), \quad a_n = \sin \theta_n + 2 \sin \theta_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問に答えよ。

- (1) n を自然数とするとき、不等式 $\frac{\pi}{2} < \theta_n < \pi$ を証明せよ。
- (2) 数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を θ_1 を用いて表せ。
- (3) n を自然数とするとき、不等式 $a_n \leq a_{n+1}$ が成り立つことを証明せよ。また、すべての自然数 n に対して $a_n = a_{n+1}$ が成り立つときの θ_1 の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

解答の続きとしてこの面を使う場合は、この線の下から記入すること。

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

問題 2 と問題 3 は選択問題です。どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また、選択しなかった問題の解答欄に 「選択しない」 と記入してください。
解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの議論や計算過程も記述してください。

- 2
- 以下の問に答えよ。
- (1) 関数 $y = e^x \cos x$ の区間 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における増減，および最大値と最小値を調べよ。
- (2) 定積分 $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x \, dx$ を求めよ。
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{\frac{k\pi}{2n}} \cos \frac{k\pi}{2n}$ と (2) の定積分 I の関係を述べよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

解答の続きとしてこの面を使う場合は、この線の下から記入すること。

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

問題 2 と問題 3 は選択問題です。どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また、選択しなかった問題の解答欄に 「選択しない」 と記入してください。
解答欄には、結論だけでなく、結論を導くまでの議論や計算過程も記述してください。

- 3
- k は $0 \leq k \leq 1 + \sqrt{2}$ を満たす定数とし、 $f(x) = 2k + 1 - |x^2 - k^2|$ とおく。関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積を $S(k)$ とする。以下の問に答えよ。
- (1) $k = 1$ のときの関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) $S(k)$ を求めよ。
- (3) k が $0 \leq k \leq 1 + \sqrt{2}$ の範囲を動くとき、 $S(k)$ の最大値を調べよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

解答の続きとしてこの面を使う場合は、この線の下から記入すること。
