

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答は、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 1 以下の問いに答えよ。

- (1) 第2項が2, 第4項が5であるような等差数列について, 第 n 項を求めよ。
- (2) 第1項が1, 第100項が50であるような等差数列について, 第1項から第100項までの和を求めよ。
- (3) 第3項が3, 第5項が5であるような等比数列について, 第1項から第 n 項までの和を求めよ。

[解答例]

- (1) 初項を a , 公差を d とおくとき, 第2項が $2 = a + (2-1)d$, 第4項が $5 = a + (4-1)d$ であるので, a と d について解いて整理すると答えは, $\frac{3}{2}n - 1$ となる。

- (2) 初項1, 末項50, 項数100の等差数列の和は, $\frac{51}{2} \cdot 100 = 2550$ となる。

- (3) 初項を a , 公比を r とおくとき, $a_3 = ar^2 = 3$, $a_5 = ar^4 = 5$ となる。これを解くと,

$$a = \frac{9}{5}, r = \pm\sqrt{\frac{5}{3}},$$

が得られる。

第1項から第 n 項までの和は, $a(1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}) = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ となるので, a と r を代入して,

$$r = \sqrt{\frac{5}{3}} \text{ のとき } \frac{27}{10} \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + 1 \right) \left[\left(\sqrt{\frac{5}{3}} \right)^n - 1 \right],$$

$$r = -\sqrt{\frac{5}{3}} \text{ のとき, } \frac{27}{10} \left(-\sqrt{\frac{5}{3}} + 1 \right) \left[\left(-\sqrt{\frac{5}{3}} \right)^n - 1 \right]$$

となる。

得点	
----	--

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答は、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 2 以下の問いに答えよ。

(1) $\log_2 3$, $\frac{1}{2}$, $\log_4 7$ の大小を不等号を用いて表せ。

(2) 次の不等式を解け。

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) \geq 3$$

[解答例]

(1) $\frac{1}{2} = \log_2 \sqrt{2}$ である。また、底の交換公式により、

$$\log_4 7 = \frac{\log_2 7}{\log_2 4} = \frac{1}{2} \log_2 7 = \log_2 \sqrt{7},$$

が成り立つ。

したがって、 $\sqrt{2} < \sqrt{7} < 3$ であり、底 2 は 1 より大きいから、 $\log_2 \sqrt{2} < \log_2 \sqrt{7} < \log_2 3$ である。

すなわち、 $\frac{1}{2} < \log_4 7 < \log_2 3$ となる。

(2) 真数は正であるから、 $x+1 > 0$ かつ $x+3 > 0$ より、

$$x > -1 \quad \cdots \quad (i)$$

である。

与えられた不等式について、底 2 は 1 より大きいから、以下のように変形できる。

$$\log_2(x+1)(x+3) \geq \log_2 8$$

$$(x+1)(x+3) \geq 8$$

$$(x-1)(x+5) \geq 0$$

よって、

$$x \leq -5 \text{ または } 1 \leq x \quad \cdots \quad (ii)$$

である。

(i) と (ii) から、解は $x \geq 1$ となる。

得 点	
--------	--