

数 学 問 題

(医学部 医学科)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. **解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。**
解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
7. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下 書 用 紙 (1)

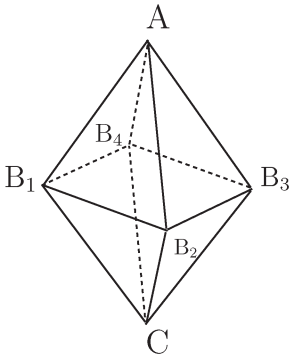
下 書 用 紙 (2)

氏 名	
-----	--

医学部医学科 1	
受 験 番 号	

- 1
- 図のような正八面体 $AB_1B_2B_3B_4C$ において，頂点にいる物体 P は，1 秒を経過するごとに，その点に確率 $\frac{1}{5}$ で留まるか，あるいは正八面体の 1 辺をはさんで隣り合う 4 頂点のいずれかに $\frac{1}{5}$ の等確率で移動する。 n は自然数とする。初め頂点 A にいた物体 P が n 秒後に，頂点 A にいる確率を a_n ，頂点 B_1, B_2, B_3, B_4 のいずれかにいる確率を b_n ，頂点 C にいる確率を c_n とする。たとえば， $a_1 = \frac{1}{5}$ ， $b_1 = \frac{4}{5}$ ， $c_1 = 0$ である。以下の問に答えよ。
- (1) a_{n+1} ， b_{n+1} ， c_{n+1} それぞれを， a_n ， b_n ， c_n の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

[解答欄]



得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

医学部医学科 2	
受 験 番 号	

- 2
- 以下の問に答えよ。
- (1) $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ のとき，不等式 $\frac{a + b + c + d}{4} \geq (abcd)^{\frac{1}{4}}$ が成り立つことを証明せよ。また，等号が成り立つための a, b, c, d の必要十分条件を求めよ。
- (2) 等式 $\left(x^2 + y^2 + 2x + 2y + 6 + \frac{25}{x^2 + y^2 + 1}\right)^4 = 64000(x + y)$ が成り立つような正の実数の組 (x, y) をすべて求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

医学部医学科 3

受 験 番 号	
------------	--

- 3
- 複素数 α を方程式 $z^3 = 1$ の 1 でない解とする。数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は各項が実数で、 $(2 + \alpha)^n = a_n + \alpha b_n$ をみたすとする。
以下の問に答えよ。
- (1) 実数 p, q, r, s が $p + q\alpha = r + s\alpha$ を満たすとき、 $p = r$ かつ $q = s$ が成り立つことを示せ。
- (2) a_3, b_3 を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の各項は整数となることを示せ。
- (4) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

医学部医学科 4

受 験 番 号	
------------	--

- 4
- 原点 O を中心とする半径 1 の球面上に 3 点 A, B, C があり, $\angle AOB = 90^\circ$ とする。点 C から直線 AB に垂線 CH を下ろしたとき, H は線分 AB を $4:1$ に内分し, $CH = \frac{\sqrt{13}}{5}$ であるとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。以下の問に答えよ。
- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$, および $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) s, t を実数とすると, $|\vec{c} - s\vec{a} - t\vec{b}|^2$ を s, t の式で表せ。
- (3) 4 点 O, A, B, C は同一平面上にないことを示せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

- 5
- 楕円 $x^2 + 4y^2 = 4$ と直線 $y = \frac{1}{2}x$ の 2 つの交点を A, B とする。ただし, 点 A の x 座標は点 B の x 座標より大きいものとする。 k は 0 でない定数とし, 楕円 $x^2 + 4y^2 = 4$ は, 直線 $y = \frac{1}{2}x + k$ と異なる 2 点 P, Q で交わるとする。ただし, 点 P の x 座標は点 Q の x 座標より大きいものとする。 以下の問に答えよ。
- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) k が (1) で求めた範囲を動くとき, 台形 ABQP の面積 S を k を用いて表せ。
- (3) k が (1) で求めた範囲を動くとき, S の最大値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可