

受験番号 (examinee's number)

2025年4月入学および2024年10月入学

群馬大学大学院理工学府博士前期課程

機械プログラム・知能制御プログラム・電子情報通信プログラム

学科試験 (専門科目)

下記科目から2科目を選択して解答してください。

Choose two of the following subjects and answer the questions of the two subjects you choose.

1. 電気・電子回路 (Electric and Electronic Circuits)
2. 電磁気学 (Electromagnetism)
3. 機械力学・制御工学 (Dynamics of Machinery and Control Engineering)
4. 電気・機械数学 (Mathematics for Electric and Mechanics)
5. 材料力学 (Strength of Materials)
6. 流体力学・熱力学 (Fluid Dynamics and Thermodynamics)

選択した科目の全ページの解答選択 (check box) に○をつけてください。選択がない場合は零点となる場合があります。各ページに受験番号を記入してください。

Put a checkmark in the check box of each subject you chose. If there is no check, your score may be zero. Fill in your examinee's number on each page.

受験上の注意事項 (Important points regarding the examination)

- ① 電卓の持ち込みを認めません。定規・コンパスの携行は認めます。

It is not permissible to bring calculators into the examination room.

Rulers and compasses are permitted.

- ② 解答欄が足りない場合は、その問題の裏面を使用してください。

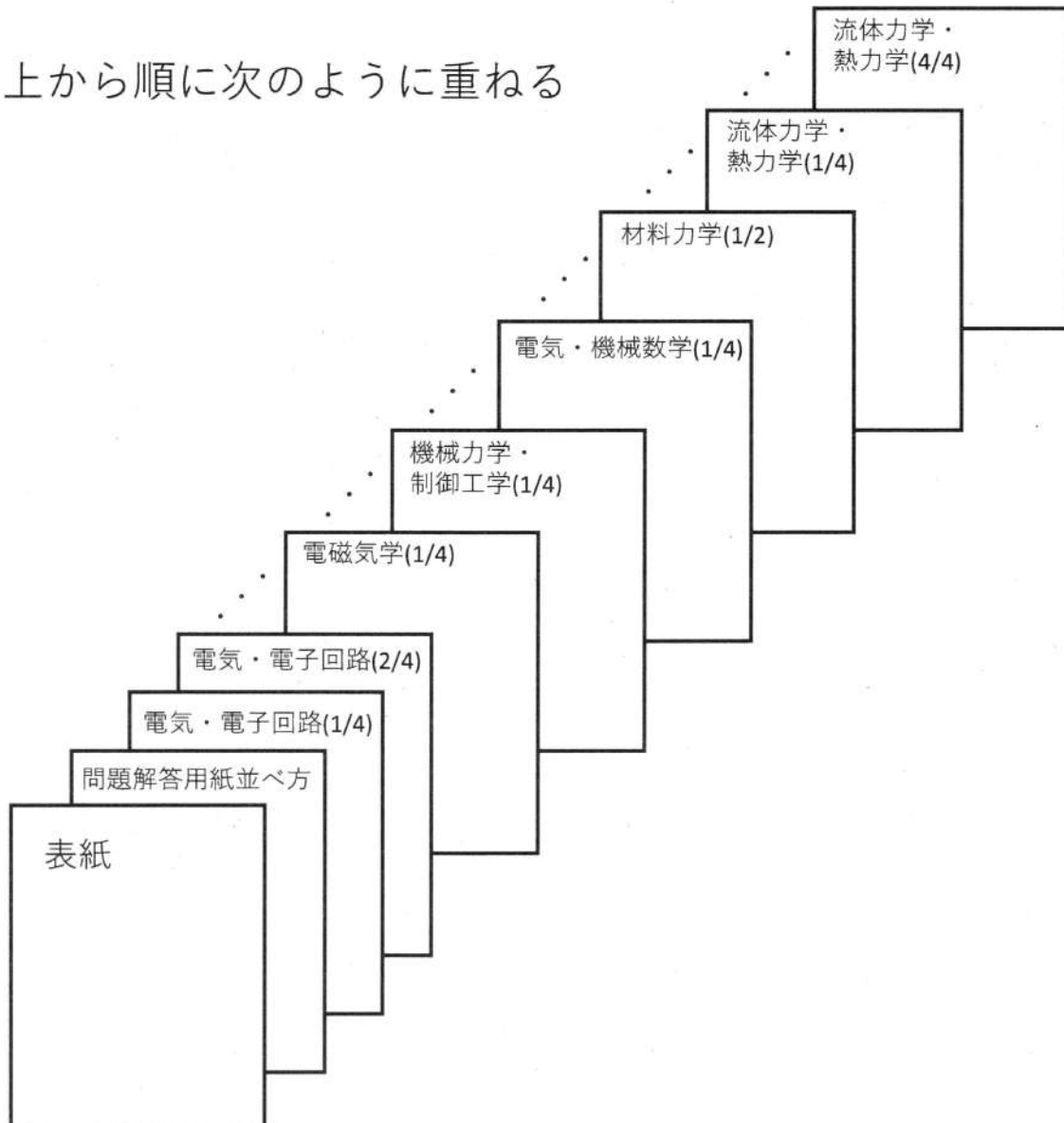
The answer can be written on the back of the sheet of the question.

受験番号 (examinee's number)

科目(Subjects)	ページ数	ページ番号
I. 電気・電子回路	4	1/4 ~ 4/4
II. 電磁気学	4	1/4 ~ 4/4
III. 機械力学・制御工学	4	1/4 ~ 4/4
IV. 電気・機械数学	4	1/4 ~ 4/4
V. 材料力学	2	1/2 ~ 2/2
VI. 流体力学・熱力学	4	1/4 ~ 4/4

## 問題・解答用紙の並べ方

上から順に次のように重ねる



問 1. 交流回路に関する以下の(A)、(B)の問いに答えよ。ただし、交流の角周波数を  $\omega$ 、虚数単位を  $j$  とし、回路の  $R$ 、 $L$ 、 $C$  はそれぞれ抵抗、コイルのインダクタンス、コンデンサのキャパシタンスの値を表すとする。

Q1. Answer the following questions (A) and (B) regarding AC circuits. Let  $\omega$  be the angular frequency of the AC and  $j$  be the imaginary unit.  $R$ ,  $L$ , and  $C$  in the circuits represent the values of the resistances, the inductances of the coils, and the capacitances of the capacitors, respectively.

(A) Fig. 1-A の回路について、次の(a)~(c)の問いに答えよ。

(a) この回路の合成アドミタンスを求めよ。

(b) 電圧  $\dot{V}$  と電流  $\dot{I}$  が同位相になるための角周波数  $\omega_0$  を求めよ。

(c)  $R^2 \ll \omega_0^2 L^2$  であるときの  $\omega_0$  を求めよ。

(A) Answer the following questions (a) to (c) regarding the circuit in Fig. 1-A.

(a) Calculate the total admittance of the circuit.

(b) Find the angular frequency  $\omega_0$  for which the voltage  $\dot{V}$  and the current  $\dot{I}$  are in phase.

(c) Find  $\omega_0$  when  $R^2 \ll \omega_0^2 L^2$ .

- (B) Fig. 1-B のような回路がある。この回路の抵抗  $R$  の値が可変のとき、電圧  $\dot{V}$  と電流  $\dot{I}$  が同位相になるための抵抗  $R$  および角周波数  $\omega$  の条件を求めよ。
- (B) In the circuit of Fig. 1-B, determine the condition for the resistance  $R$  and the angular frequency  $\omega$  so that voltage  $\dot{V}$  and the current  $\dot{I}$  are in phase when the value of  $R$  is variable.

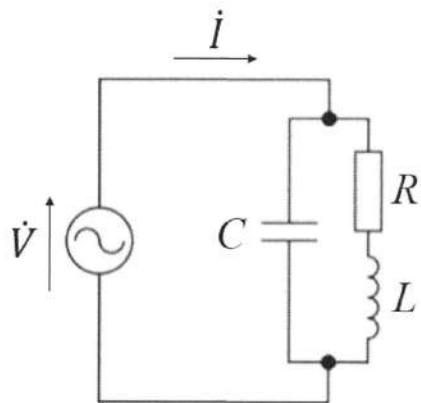


Fig. 1-A

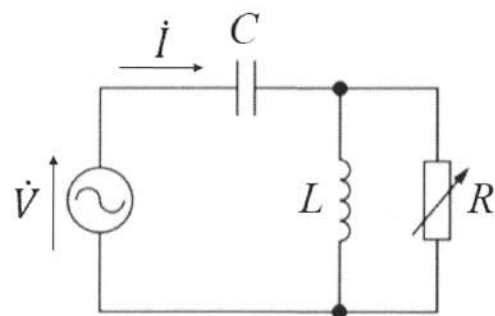


Fig. 1-B

問2. Fig. 2 は、理想オペアンプ (理想演算増幅器) を用いた増幅回路である。以下の問いに答えよ。

Q2. Fig. 2 shows an amplifier circuit using an ideal operational amplifier. Answer the following questions.

(a) 理想オペアンプ (理想演算増幅器) の特性について述べた以下の ( ) 内に、適切な語句を記入せよ。

- 電圧増幅率が、( ) である。
- 入力インピーダンスが、( ) である。
- 出力インピーダンスが、( ) である。
- 出力の一部が反転入力端子 (-) にフィードバックされている場合、非反転入力端子 (+) と反転入力端子 (-) 間の電圧は ( ) なる。これを ( ) という。

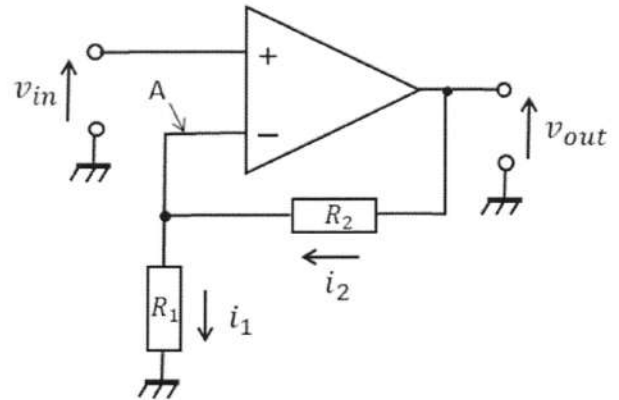


Fig. 2 Operational Amplifier Circuit.

(a) Please fill in the appropriate word in the ( ) below which describes the characteristics of an ideal operational amplifier.

- Voltage amplification factor is ( ).
- Input impedance is ( ).
- Output impedance is ( ).
- When part of the output is fed back to the inverting input terminal (-), the voltage between the non-inverting input terminal (+) and the inverting input terminal (-) becomes ( ). It is called ( ).

(b) Fig. 2 中の A 点の電圧について、理由とともに説明せよ。

(b) In Fig. 2, explain the voltage at point A with the reason.

(c) Fig. 2 中の抵抗  $R_1$  を流れる電流  $i_1$  と抵抗  $R_2$  を流れる電流  $i_2$  の関係について、理由とともに説明せよ。

(c) In Fig. 2, explain the relationship between current  $i_1$  and current  $i_2$  with the reason.

- (d) Fig. 2 の増幅回路の電圧増幅率 ( $v_{out}/v_{in}$ ) を求めよ。(途中の計算過程も示すこと)  
 (d) Calculate the voltage amplification factor ( $v_{out}/v_{in}$ ) of the amplifier circuit in Fig. 2. (Please also show the calculation process.)

問 3. Fig. 3 は、理想オペアンプを用いた増幅回路に、角周波数  $\omega$  の交流入力信号  $v_{in}$  が接続された回路である。以下の問いに答えよ。

Q3. Fig. 3 shows an amplifier circuit using an ideal operational amplifier. An AC signal  $v_{in}$  with angular frequency  $\omega$  is connected as input of the circuit. Answer the following questions.

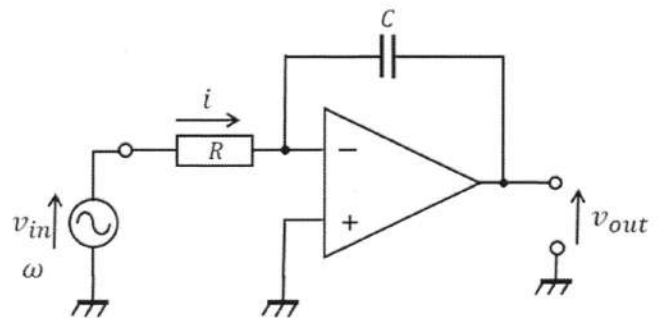


Fig. 3 Operational Amplifier Circuit.

- (a) 抵抗  $R$  を流れる電流  $i$  を求めよ。  
 (a) Find the current  $i$  through resistor  $R$ .

- (b) 出力電圧  $v_{out}$  を求めよ。  
 (b) Find the output voltage  $v_{out}$ .

- (c) Fig. 3 の増幅回路の電圧増幅率 ( $v_{out}/v_{in}$ ) の周波数特性 (振幅、位相) について説明せよ。  
 (c) Explain the frequency characteristics (amplitude, phase) of the voltage amplification factor ( $v_{out}/v_{in}$ ) of the amplifier circuit in Fig. 3.

問 1 .

図 1 のように、真空中で、 $xy$  平面上の領域  $-L \leq x \leq L$ 、 $-L \leq y \leq L$  に、一辺の長さが  $2L$  の、厚さの無視できる正方形金属平板がある。金属平板には単位面積あたり電荷密度  $\sigma$  で正電荷が一様分布している。金属平板内の 4 点 A、B、C、D の座標を、それぞれ  $(x, y, 0)$ 、 $(x + \Delta x, y, 0)$ 、 $(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$ 、 $(x, y + \Delta y, 0)$  とする。ただし  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  は微小量である。ある点 P の座標を  $(X, Y, Z)$  とする。ただし  $Z > 0$  とする。電気定数は  $\epsilon_0$  とする。以下の問いに答えよ。

A negligibly thin square metal plate with sides of  $2L$  is placed on the  $xy$ -plane in the area  $-L \leq x \leq L$ ,  $-L \leq y \leq L$  in the vacuum (See Fig.1). On the metal plate, positive charges are uniformly distributed with a surface density  $\sigma$ . Let the coordinates of four points A, B, C, and D in the metal plate be  $(x, y, 0)$ ,  $(x + \Delta x, y, 0)$ ,  $(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$ , and  $(x, y + \Delta y, 0)$ , respectively, where  $\Delta x$  and  $\Delta y$  are infinitesimally small quantities. Let's call some point as a point P where its coordinates are  $(X, Y, Z)$  with  $Z > 0$ . Let the electric constant be  $\epsilon_0$ . Answer the following questions.

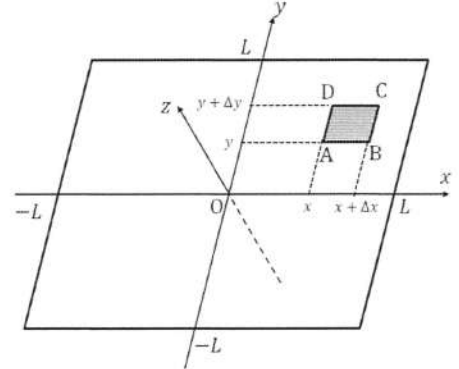


図1 微小長方形 ABCD は見やすさのため拡大されている  
Fig. 1 Tiny rectangular ABCD is enlarged for the eyes.

(1)  $\sigma$  の単位を答えよ。

Answer the units of  $\sigma$ .

(2) 長方形 ABCD に含まれる電荷量を求めよ。

Answer the amount of the charges included in the rectangular ABCD.

(3) 長方形 ABCD 内の電荷は、点 A に全ての電荷が集まった点電荷とみなせる。この点電荷が点 P につくる電場を求めよ。

The charges contained within the rectangular ABCD are considered as a point charge at the point A. Obtain the electric field at the point P generated by this point charge.

(4) 金属平板内の全電荷が点 P につくる合計電場を求める式を作れ (求めた式の計算は不要)。

Obtain the formula to calculate the total electric field at the point P generated by the whole charges of the metal plate. No need to calculate the obtained formula.

(5)  $L \rightarrow \infty$  の極限を考えたとき、金属平板を無限平面と呼ぶ。無限平面が点 P につくる電場を、ガウスの法則の積分形を用いて求めよ。計算過程も記すこと。

When we consider in the limit of  $L \rightarrow \infty$ , we call the metal plate as the infinite plane. By using integration form of Gauss's law, derive the electric field at the point P generated by the charges of the infinite plane. Show the calculation process.

以下では(5)で考察した無限平面の場合を考える。

In the following, we restrict our interest within the infinite plane considered in (5).

(6) 無限平面の電荷が点 P につくる電位を、電位の定義から導け。電位の原点は無限平面 ( $z = 0$ ) とする。計算過程も記すこと。

Starting from the definition of the electric potential, derive the electric potential at the point P generated by the charges on the infinite plane. Let the origin of the potential be at the infinite plane ( $z = 0$ ). Show the calculation process.

(7) 無限平面上の電荷をとり去り、電荷のない金属平面にする。点 P に電荷量  $q$  の正の点電荷を固定する。点 P の点電荷がつくる  $z > 0$  の領域の任意の点 R における電場は、金属平面のかわりに、ある点 P' に、ある電荷量  $q'$  の点電荷をおいてみると、この点電荷と、点 P の点電荷がつくる  $z > 0$  の領域における合成電場と同じにできる。点 P' の座標と、電荷量  $q'$  の値を求めよ。計算過程も記すこと。

Let the infinite plane be grounded and be chargeless. Let's fix a point charge with positive charge  $q$  at the point P. The electric field at an arbitrary point R in the region of  $z > 0$  generated by  $q$  can be the same as the total field that generated by  $q$  at P and another point charge  $q'$  placed at some point P' instead of the infinite plane. Derive the coordinates of the point P' and the value of charge  $q'$ . Show the calculation process.

電磁気学 (2/4)

解答選択 (check box) :

受験番号 (examinee's number)

- 問 1. 問題番号を書いてから、解答すること。裏面も使用してよい。  
Write down the question number before answering. The reverse side may also be used.



問 2.

Fig. 1 に示すように、真空中に無限に長く太さを無視できる直線導線があり、電流  $I$  が流れている。この導線上の点  $O$  を中心とし、導線に垂直な面内の半径  $R$  の円を円  $C$  とする。真空の透磁率は  $\mu_0$  とする。以下の問いに答えよ。

As shown in Fig. 1, there is a straight conductor of infinitely long and negligible diameter in vacuum, and a current  $I$  flows through the conductor. Let a circle  $C$  be a circle of radius  $R$  in the plane perpendicular to the conductor with center at a point  $O$  on the conductor. The magnetic permeability of the vacuum is  $\mu_0$ . Solve the following problems.

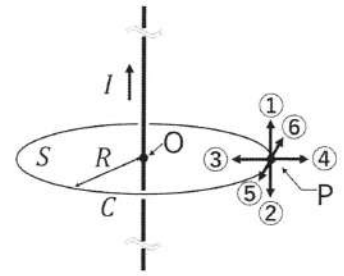


Fig. 1

- (1) 円  $C$  の円周上に、Fig. 1 のように点  $P$  をとる。点  $P$  における磁束密度  $\vec{B}$  の向きを①～⑥から一つ選べ。ただし、①②は導線に平行な方向、③④は円の径方向、⑤⑥は円の接線方向である。

Take a point  $P$  on the circumference of the circle  $C$  as shown in Fig. 1. Choose one direction of the magnetic flux density  $\vec{B}$  at the point  $P$  from ① to ⑥. Here, ①② are in the direction parallel to the conductor, ③④ are in the radial direction of the circle, and ⑤⑥ are in the tangential direction of the circle.

- (2) 円  $C$  と同一平面で、円  $C$  の円周で囲まれる領域を面  $S$  と呼ぶ。任意の点における電流密度  $\vec{j}$  と磁束密度  $\vec{B}$  の間には  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  が成り立つ。以下の(A)、(B)で示される量を、磁束密度  $\vec{B}$  の大きさ  $B$ 、半径  $R$ 、電流  $I$  を用いて答えよ。ここで、 $\vec{n}$  は面  $S$  の法線ベクトルであり、大きさは 1 で、電流  $I$  と同じ向きである。(A)については計算過程も記すこと。

The area that is in the same plane as the circle  $C$  and bounded by the circumference of the circle  $C$  is called a surface  $S$ . Between the current density  $\vec{j}$ , and the magnetic flux density  $\vec{B}$  at any point,  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ . Answer the quantities given in (A) and (B) below using the magnitude  $B$  of the magnetic flux density  $\vec{B}$ , the radius  $R$ , and the current  $I$ . Here,  $\vec{n}$  is the normal vector of the surface  $S$ , its magnitude is 1, and it has the same direction as the current  $I$ . For (A), also show the calculation process.

(A) 面積分  $\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{n} dS$

The surface integral  $\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{n} dS$

(B) 面積分  $\int_S \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{n} dS$

The surface integral  $\int_S \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{n} dS$

- (3) (2)の結果を用いて、磁束密度  $\vec{B}$  の大きさ  $B$  を、電流  $I$ 、真空の透磁率  $\mu_0$ 、半径  $R$  を用いて答えよ。また、 $I = 1 \text{ A}$ 、 $R = 1 \text{ m}$  のとき、 $B$  の数値を求め、単位も記せ。ただし、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  とする。

Using the result in (2), answer the magnitude  $B$  of the magnetic flux density  $\vec{B}$  using the current  $I$ , the vacuum permeability  $\mu_0$ , and the radius  $R$ . Also, when  $I = 1 \text{ A}$  and  $R = 1 \text{ m}$ , find the numerical value of  $B$  and show its unit. Here,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ .

- (4) 点  $P$  から電子 (質量  $m$ 、電荷  $-e < 0$ ) を Fig. 1 の②の方向に  $\vec{v}$  (速さ  $v$ ) で打ち出した。この瞬間に電子がうける力  $\vec{f}$  を  $\vec{v}$  や  $\vec{B}$  を用いて、ベクトルとして表せ。また、 $\vec{f}$  の向きを、Fig. 1 の①～⑥から一つ選べ。

An electron (mass  $m$ , charge  $-e < 0$ ) is launched from the point  $P$  at  $\vec{v}$  (speed  $v$ ) in the direction of ② in Fig. 1. Express the force  $\vec{f}$  received by the electron at this instant as a vector using  $\vec{v}$  and  $\vec{B}$ . Also, choose one direction of  $\vec{f}$  from ① to ⑥ in Fig. 1.

- (5) Fig. 2 に示すように、電流  $I$  が流れる無限長直線導線のうち、点  $O$  を中心とする長さ  $2L$  の部分に注目する。無限長直線導線のこの一部分が点  $P$  につくる磁束密度の大きさ  $B_1$  を  $I$ 、 $\mu_0$ 、 $R$ 、 $L$  を用いて答えよ。

As shown in Fig. 2, consider a segment of length  $2L$ , centered at the point  $O$ , of an infinite straight conductor carrying a steady current  $I$ . Answer the magnitude  $B_1$  of the magnetic flux density generated by this segment of the infinite straight conductor at the point  $P$  using  $I$ ,  $\mu_0$ ,  $R$ , and  $L$ .

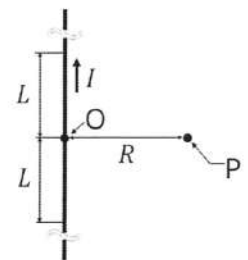


Fig. 2

真空中に 1 辺の長さが  $2L$  の正方形コイルがあり、電流  $I$  が流れている。

A square coil with a side length of  $2L$  is in a vacuum, and a current  $I$  flows through the coil.

- (6) 正方形の面内の中心に生ずる磁束密度の大きさ  $B_2$  を求めよ。

Find the magnitude  $B_2$  of the magnetic flux density generated at the center in the plane of the square.

電磁気学 (4/4)

解答選択 (check box) :

受験番号 (examinee's number)

問2. 問題番号を書いてから、解答すること。裏面も使用してよい。

Write down the question number before answering. The reverse side may also be used.

機械力学・制御は問1及び問3が必答問題です。問2と問4は選択問題です。問2、問4のいずれかに解答しなさい。両方の問に解答した場合は0点とします。合わせて3問の解答が必要です。

In Mechanical Dynamics and Controls, Q1 and Q3 are must-answer questions. Q2 and Q4 are selective questions. You must answer either Q2 or Q4. Note that the score becomes zero if you answer both problems. You must answer a total of three questions.

問1. (必答問題)

Fig. 1のように、2つのばね(それぞれのばね定数  $6k$  と  $3k$ ) とダンパー(粘性減衰係数  $c$ )で、質量  $m$  の小さな変形しない物体が支持されている。この物体は図の上下方向にしか運動できないものとする。上下方向の変位を上向きを正とし  $x$  とする。時間を  $t$  とする。重力は作用しない。  $m > 0$  および  $k > 0$  とする。初期変位  $x_0=3$ 、初速度  $v_0=0$  を与えた場合の自由振動を考える。次の各問に答えなさい。

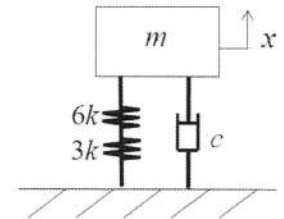


Fig.1

- 2つのばねの合成ばね定数  $k'$  を求めよ。
- $t$ 、 $m$ 、 $k'$ 、 $c$ 、 $x$  を用いて運動方程式を立てよ。
- $c=0$  の場合の固有振動数  $f_n$  を  $m$  と  $k'$  を用いて示せ。
- $c=0$  の場合の時間  $t$  と変位  $x$  の関係式を求めよ。

Q1. (Mandatory question)

As shown in Fig. 1, a small and undeformable object having mass  $m$  is supported by two springs and a damper. The spring constants of the springs are  $6k$  and  $3k$ , respectively. The viscous damping coefficient of the damper is  $c$ . In this figure, this object can move upward or downward directions only. The displacement in the upward direction is defined as  $x$ . The positive direction of  $x$  is the upward direction.  $t$  represents time. There is no gravity. Here, we set  $m > 0$  and  $k > 0$ . We consider the free vibration of this system when the initial displacement is  $x_0=3$  and the initial velocity is  $v_0=0$ . Answer each of the following questions.

- Determine the equivalent spring constant  $k'$  of the two springs.
- Construct the equation of motion for this system using  $t$ ,  $m$ ,  $k'$ ,  $c$  and  $x$ .
- When  $c=0$ , show the natural frequency  $f_n$  of this system using  $m$  and  $k'$ .
- When  $c=0$ , show the relation between time  $t$  and displacement  $x$ .

問2. (選択問題：問2または問4) 選択した問 ⇒ ( )

Fig. 2のように、ばね(ばね定数  $k$ ) とダンパー(粘性減衰係数  $c$ )で、質量  $m$  の小さな変形しない物体が支持されている。この物体は図の上下方向にしか運動できないものとする。上下方向の変位を上向きを正とし  $x$  とする。時間を  $t$  とする。重力は作用しない。  $m > 0$  および  $k > 0$  とする。

$c > 0$  の場合を考える。この系の自由振動で振動が発生しない条件を導け。

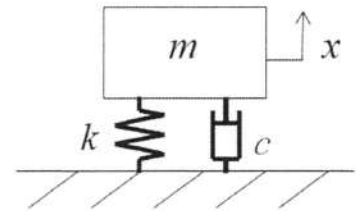


Fig.2

Q2. (Optional question: select either Q2 or Q4) The question you selected ⇒ ( )

As shown in Fig. 2, a small and undeformable object having mass  $m$  is supported by a spring and a damper. The spring constant of the spring is  $k$ . The viscous damping coefficient of the damper is  $c$ . In this figure, this object can move upward or downward directions only. The displacement in the upward direction is defined as  $x$ . The positive direction of  $x$  is the upward direction.  $t$  represents time. There is no gravity. Here, we set  $m > 0$  and  $k > 0$ .

For this free vibration, derive the conditions without generation of vibration, when  $c > 0$ .

問 3. (必答問題)

次の各問に答えなさい。

(a) 次の(1)、(2)の伝達関数のゲイン線図の概形 (折れ線近似) を描きなさい。

(1)  $\frac{800}{s(4+s)(20+s)}$

(2)  $\frac{100(s+1)}{s(s+10)}$

(b) 図 3 のようなシステムにおいて  $R(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数を求めよ。

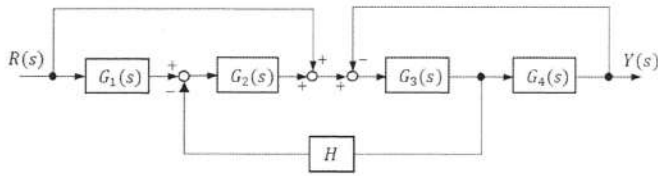


Fig. 3

(c) 図 4 のような入力信号  $R_1(s)$ 、 $R_2(s)$  を持つシステムの応答  $Y_1(s)$ 、 $Y_2(s)$  を求めよ。

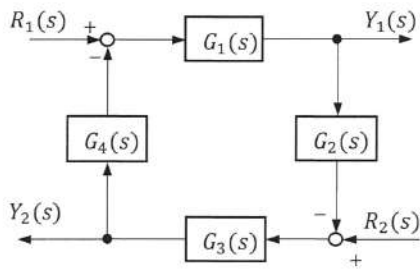


Fig. 4

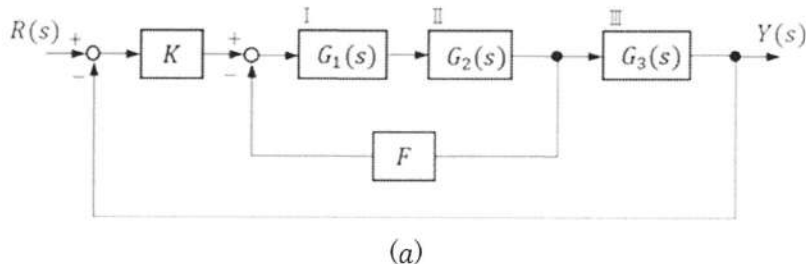
Q3. (Mandatory question)

Answer each of the following questions.

- (a) Draw approximate gain diagrams (line approximations) of the following transfer functions in (1) and (2).
- (b) Find the transfer function from  $R(s)$  to  $Y(s)$  in the system shown in Fig. 3.
- (c) Find the response  $Y_1(s)$  and  $Y_2(s)$  of the system with input signals  $R_1(s)$  and  $R_2(s)$  as shown in Fig. 4.

問 4. (選択問題: 問 2 または 問 4) 選択した問 ⇒ ( )

Fig. 5 (a) のようなフィードバック制御系において、ブロック I、II、III はそれぞれのブロックの特性を変えることなく取り出すことができる。ここで、ブロック I、II は一次遅れ要素である。各ブロックの単位ステップ応答が Fig. 5 の (I)、(II)、(III) の様になった。以下の問いに答えよ。



(a)

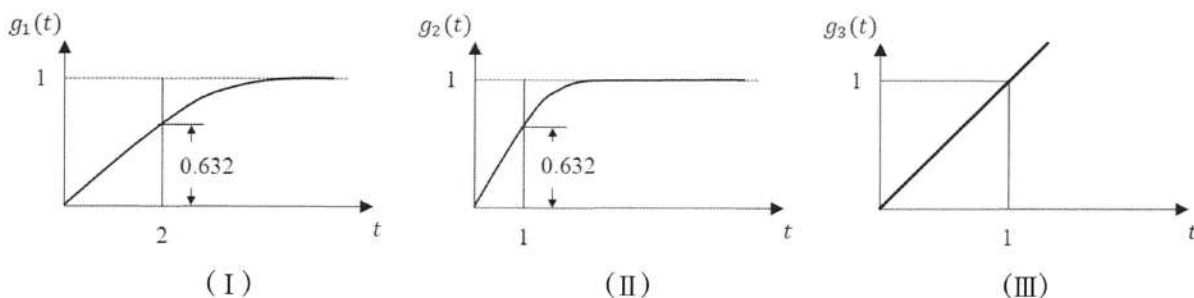


Fig. 5.

- (a) I、II、III の伝達関数  $G_1(s)$ 、 $G_2(s)$ 、 $G_3(s)$  を求めよ。
- (b) この系の入力  $R(s)$  から出力  $Y(s)$  までの伝達関数を求めよ。
- (c) このフィードバック系が安定であるための  $K$ 、 $F$  の範囲を横軸  $K$ 、縦軸  $F$  として図示せよ。

Q4. (Optional question: select either Q2 or Q4) The question you selected ⇒ ( )

In the feedback control system as shown in Fig. 5 (a), blocks I, II, and III can be taken out without changing the characteristics of each block. Here, blocks I and II are first-order delay elements. The unit step response of each block is now shown as (I), (II), and (III) in Fig. 5. Answer the following questions.

- (a) Find the transfer functions  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ , and  $G_3(s)$  for I, II and III.
- (b) Find the transfer function from input  $R(s)$  to output  $Y(s)$  of this system.
- (c) Graphically show the range of  $K$  and  $F$  for this feedback system to be stable with  $K$  on the horizontal axis and  $F$  on the vertical axis.

問 1. 以下の問 1(1)と 1(2)の両方に答えよ。

Answer the both of the following problems 1(1) and 1(2).

- (1) 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ は $F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ で定義される。 $f(t) = c_1 e^{c_2 t + c_3} + c_4$ のときの $F(s)$ を求めよ。ただし $s, c_1, c_2, c_3, c_4$ は実数とし、 $0 < c_2 < s$ とする。

Let  $F(s)$  be the Laplace transform of the function  $f(t)$ . Then  $F(s)$  is defined by  $F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ . Obtain  $F(s)$  when  $f(t) = c_1 e^{c_2 t + c_3} + c_4$ , where  $s, c_1, c_2, c_3$ , and  $c_4$  are real numbers. Note that  $0 < c_2 < s$ .

- (2) ラプラス変換を利用して、次の微分方程式を解け。必要に応じて $\mathcal{L}[f''(t)] = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$ を用いてもよい。

Using the Laplace transform, solve the following differential equation. You can use  $\mathcal{L}[f''(t)] = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$ .

$$f''(t) + f(t) = -5e^{-2t}, \quad f(0) = -1, \quad f'(0) = 2$$

問2. 確率変数 $X$ が、モーメント母関数 $M(\theta) = e^{a\theta + b\theta^2}$ の正規分布に従うとする。ただし $a, b$ は正の実数である。以下の問2(1)と2(2)の両方に答えよ。

The random variable  $X$  follows a normal distribution with moment generating function  $M(\theta) = e^{a\theta + b\theta^2}$ , where  $a$  and  $b$  are positive real numbers. Answer the both of the following problems 2(1) and 2(2).

(1) 期待値 $E[X]$ と分散 $V[X]$ を、 $a$ と $b$ を用いて表せ。

Express the expected value  $E[X]$  and the variance  $V[X]$  using  $a$  and  $b$ .

(2)  $Z$ を標準正規分布に従う確率変数とし、ある確率 $P$ のときの $Z$ の範囲を $0 < Z \leq z_1$ とする。ただし $z_1$ は実数である。確率が $P$ であり、かつこの $Z$ の範囲に対応する $X$ の範囲を、 $a, b, z_1$ を用いて表せ。

Let  $Z$  be a random variable that follows a standard normal distribution, and the range of  $Z$  be  $0 < Z \leq z_1$  for a certain probability  $P$ , where  $z_1$  is a real number. Express the range of  $X$  corresponding to the range of  $Z$  using  $a, b,$  and  $z_1$  when the probability is  $P$ .



問 3. 以下の問(1)~(3)のいずれか 1 つに答えよ。※選択した問を明示すること。複数の問に解答した場合は 0 点とする。

Answer one of the following problems (1), (2) or (3). Do not forget to indicate the problem you chose. Note that the score becomes zero if you answer several problems.

(1) オイラーの公式を利用して、次の公式 (加法定理) を証明せよ。

Using Euler's formula, prove the following theorem (addition theorem).

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y,$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y.$$

(2) 次の計算を行え。但し  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  とする。

Calculate the following functions. Here unit vectors along  $x$ -,  $y$ - and  $z$ -axes are denoted to be  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  and  $\vec{k}$ , respectively.

$$1) \operatorname{rot} \vec{b} \quad (\vec{b} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}) \quad 2) \nabla \phi \quad (\phi = 2xy)$$

(3) クラメールの公式を利用して、次の連立一次方程式を解け。

Using Cramer's Rule, solve the following simultaneous linear equations.

$$x + y = 3, \quad y + z = 5, \quad z + x = 4.$$

選択した問 (The problem you chose) : (      )

問4. 以下の問(1)~(2)のいずれか1つに答えよ。※選択した問を明示すること。複数の問に解答した場合は0点とする。

Answer one of the following problems (1) or (2). Do not forget to indicate the problem you chose. Note that the score becomes zero if you answer several problems.

(1) 次の行列  $A$  の固有値  $\lambda$ , 固有ベクトル  $\vec{x}$  ( $|\vec{x}|=1$ ) を求めよ。

Find the eigenvalues  $\lambda$  and eigenvectors  $\vec{x}$  ( $|\vec{x}|=1$ ) of the matrix  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(2) 次の周期関数  $f(x)$  をフーリエ級数展開せよ。

Derive the Fourier expansion of the following periodic function  $f(x)$ .

$$f(x) = |x| \quad (-2 < x < 2), \quad f(x+4) = f(x)$$

選択した問 (The problem you chose) : (      )

問1. 図1-1の(a)、(b)、(c)の外力を受けるはりの、せん断力図(S.F.D.)と曲げモーメント図(B.M.D.)として、それぞれ最もふさわしいものを選択肢①~⑫より選択し、回答欄に記入せよ。

Q1. Select the most appropriate shear force diagram (S.F.D.) and bending moment diagram (B.M.D.) from options ① to ⑫ for a beam loaded with external forces as shown in (a), (b) and (c) in Fig. 1-1, and enter the appropriate number in the answer table.

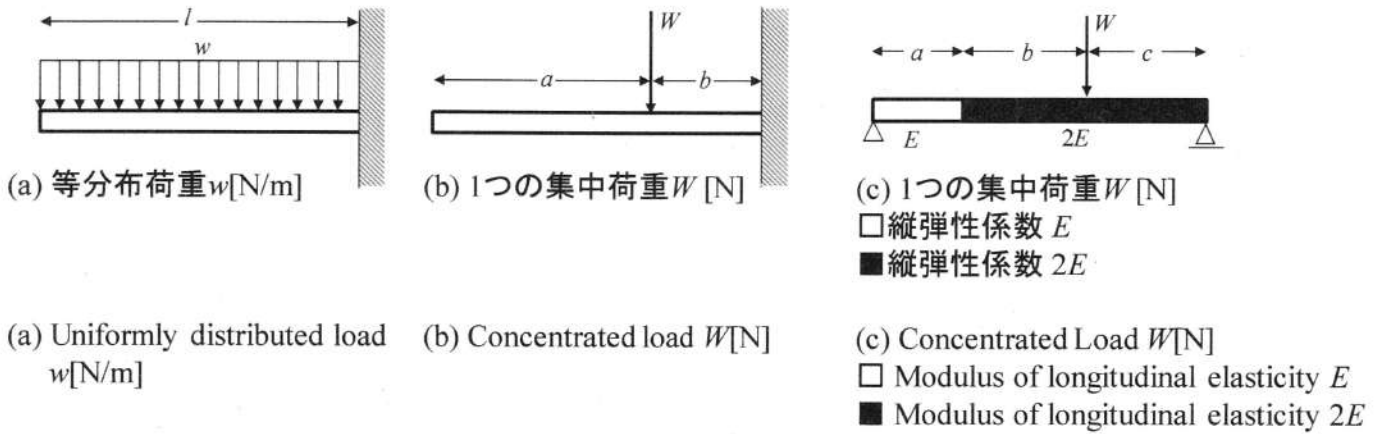
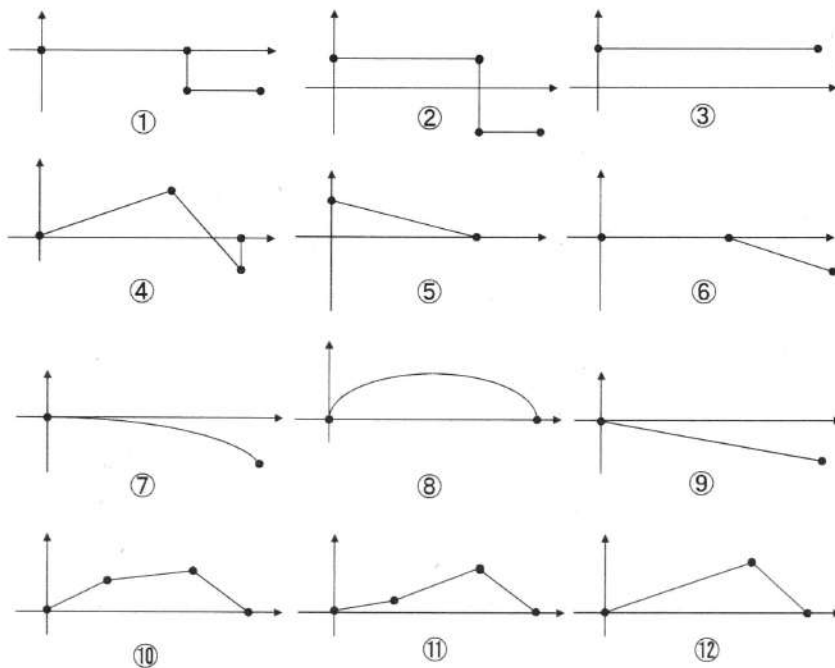


Fig. 1-1

選択肢 (options)



問1. 回答欄(Q1. Answer table)

	せん断力図 Shear force diagram	曲げモーメント図 Bending moment diagram
(a)		
(b)		
(c)		

問2. 図2-1に示すように、剛体棒ABを3本の鋼線①②③でつるす。鋼線①②③の断面積はそれぞれ $3A$ 、 $2A$ 、 $A$ である。剛体棒は初期状態で水平で、各鋼線の初期長さは $l$ である。C点に集中荷重 $W$ が加えられた後も、剛体棒が水平を保つ場合について以下の問いに答えよ。C点はA点から距離 $b$ の位置にある。鋼線の縦弾性係数は $E$ とする。

- (a) 鋼線①に作用する張力を $W_1$ とした場合の鋼線①のひずみ $\varepsilon_1$ を、 $W_1$ および、 $a$ 、 $b$ 、 $A$ 、 $E$ 、 $l$ のうち必要な記号を用いて示せ。
- (b) 鋼線①②③それぞれに作用する張力を $W_1$ 、 $W_2$ 、 $W_3$ とした場合の $W_1$ 、 $W_2$ 、 $W_3$ を、 $W$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $A$ 、 $E$ 、 $l$ のうち必要な記号を用いて示せ。
- (c) A点周りのモーメントの釣り合い式を、 $W$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $A$ 、 $E$ 、 $l$ のうち必要な記号を用いて示せ。
- (d) 距離 $b$ を、 $W$ 、 $a$ 、 $A$ 、 $E$ 、 $l$ のうち必要な記号を用いて示せ。

Q2. A rigid beam A is supported by the three steel wires ①②③ as shown in Fig. 2-1. The wires have cross-sectional areas  $3A$ (①),  $2A$ (②) and  $A$ (③). The beam was originally horizontal, and the original length of the wires was  $l$ . Solve the following problems so that the beam remains in the horizontal position when a load  $W$  is applied at point C. The distance between point A and point C is  $b$ . The modulus of longitudinal elasticity constant of the three steel wires is  $E$ .

- (a) When the tensile force acting on the steel wire ① is  $W_1$ , determine the strain  $\varepsilon_1$  in the steel wire ① using  $W_1$  and the appropriate symbols from  $a$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $E$ , and  $l$ .
- (b) When the tensile force acting on the three steel wires ①②③ are  $W_1$ ,  $W_2$ , and  $W_3$ , determine  $W_1$ ,  $W_2$ , and  $W_3$ , using the appropriate symbols from  $W$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $E$ , and  $l$ .
- (c) Show the equation of equilibrium of moment around point A, using the appropriate symbols from  $W$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $E$ , and  $l$ .
- (d) Determine distance  $b$  using the appropriate symbols from  $W$ ,  $a$ ,  $A$ ,  $E$ , and  $l$ .

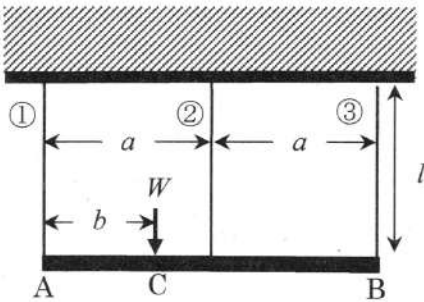


Fig. 2-1

問 1 から問 4 を回答せよ。  
Answer 4 questions.

問 1. Fig. 1 のように、容器に繋がれた縮流部を持つ配管出口から液体 (密度:  $\rho$ ) が排出されている。以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度は  $g$  とし、 $p_a$  を大気圧とする。容器内の液面の面積は配管に比べ十分大きく、排出による容器内の水位  $H$  の変化は無視でき、エネルギー損失は考えない。

(a) 配管出口における流速  $V_2$  を求めよ。

縮流部の断面積と配管出口の断面積はそれぞれ  $A_1$ ,  $A_2$  であった。

(b) 縮流部における流速  $V_1$  を求めよ。

(c) 縮流部における圧力  $p_1$  を求めよ。

Q1. Liquid (density:  $\rho$ ) in a tank is drained from the exhaust of the pipe, and the pipe has a contraction part as shown in Fig.1. Gravitational acceleration is  $g$  and atmospheric pressure is  $p_a$ . The changing of water level  $H$  is negligible because the surface area of tank is much larger than cross section of pipe. And energy loss is also negligible.

(a) Estimate velocity  $V_2$  at the exhaust of pipe.

Here, the cross sections at the contraction and exhaust parts are  $A_1$  and  $A_2$ , respectively.

(b) Estimate velocity  $V_1$  at the contraction part.

(c) Estimate pressure  $p_1$  at the contraction part.

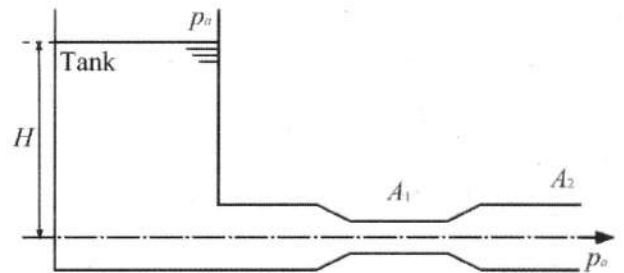


Fig. 1

問2. Fig. 2 のような平行平板内の 2 次元非圧縮性流れを考える。このとき流れの基礎方程式が次の式で与えられる。ここで、 $p$ 、 $\rho$ 、 $\mu$  はそれぞれ圧力、密度、粘性係数である。また、 $u$ 、 $v$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の速度成分である。

Q2. The two dimensional incompressible internal flow between two flat plates is set as shown in Fig. 2. The basic equations for this flow are as equations from (1) to (3), where  $p$ ,  $\rho$  and  $\mu$  are pressure, density and viscosity, respectively.  $u$  and  $v$  are velocity components of  $x$  and  $y$  directions, respectively.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

(a) 流れは定常平行流れとする。このとき式(1)、(2)はどのように書かれるか示せ。

(a) If the flow is steady parallel flow, simplify equations (1) and (2).

上下の壁の流速はそれぞれ  $U_1$  ( $y=0$ )、 $U_2$  ( $y=H$ ) であった。

Here, upper and lower wall velocities are set  $U_1$  ( $y=0$ ) and  $U_2$  ( $y=H$ ), respectively.

(b) 流速分布  $u(y)$  を求めよ。

(b) Determine the velocity distribution  $u(y)$ .

(c) 下の壁の流速がゼロ ( $U_1=0$ ) であり、流路中心では流速がゼロ ( $u(0.5H)=0$ ) であった。このときの  $x$  方向の圧力勾配を求めよ。

(c) When  $U_1=0$  at lower wall and  $u=0$  at the center ( $y=0.5H$ ) in the flow, determine the pressure gradient in the  $x$  direction.

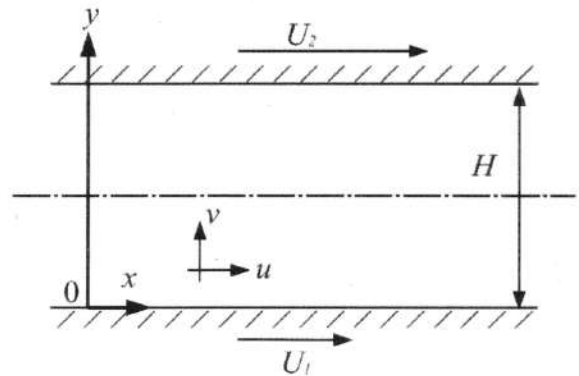


Fig. 2

問3. Fig. 3 で示される  $p-V$  線図で作動する熱機関がある。

以下の問いに答えよ。単位も記述すること。

- (a) 状態3 から状態4 に変化した際に、外部へ取り出される絶対仕事と工業仕事を求めよ。
- (b) この熱機関が1サイクルで外部になす仕事を求めよ。
- (c) この熱機関の1サイクルにおいて、熱量  $Q_R = 360 \text{ J}$  が外部へ放熱された。この熱機関の熱効率を求めよ。

Q3. There is a heat engine operating on the  $p \cdot V$  diagram shown in Fig. 3. Answer the following questions. The units should be included.

- (a) Determine the absolute and technical works done by the system to the surroundings, when the system is changed from state 3 to state 4.
- (b) Determine the work done by the system to the surroundings, when this heat engine is operated in one cycle.
- (c) 360 J of heat  $Q_R$  is released to the surroundings in one cycle of the heat engine. Determine the thermal efficiency of the heat engine.

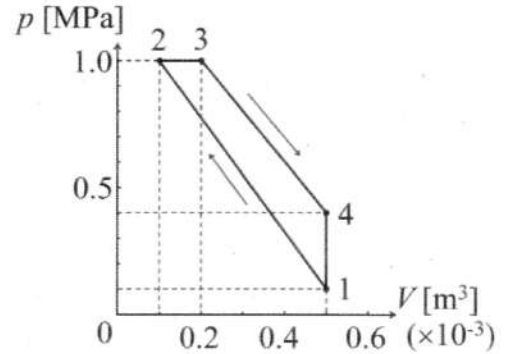


Fig. 3

問4. 質量  $m$  kg の理想気体が温度一定で状態1 (圧力  $p_1$ 、体積  $V_1$ 、温度  $T$ ) から状態2 (圧力  $p_2$ 、体積  $V_2$ 、温度  $T$ ) へ可逆的に膨張した。理想気体の気体定数を  $R$  として以下の問いに答えよ。

- (a) 理想気体が外部になした絶対仕事  $W_{12}$  を質量  $m$ 、圧力  $p_1$ 、 $p_2$ 、温度  $T$ 、気体定数  $R$  を用いて表せ。
- (b) エントロピーの変化量 ( $S_2 - S_1$ ) を質量  $m$ 、圧力  $p_1$ 、 $p_2$ 、気体定数  $R$  を用いて表せ。
- (c) 与えられた熱量の何%が絶対仕事に使われたか求めよ。

Q4. An ideal gas of mass  $m$  kg expands reversibly from state 1 (Pressure :  $p_1$ , Volume :  $V_1$ , Temperature :  $T$ ) to state 2 (Pressure :  $p_2$ , Volume :  $V_2$ , Temperature :  $T$ ) under a constant temperature. Here, the gas constant of the ideal gas is  $R$ . Answer the following questions.

- (a) Determine the absolute work  $W_{12}$  done by the ideal gas to the surroundings by using mass  $m$ , pressures  $p_1$ ,  $p_2$ , temperature  $T$  and gas constant  $R$ .
- (b) Determine the entropy change ( $S_2 - S_1$ ) by using mass  $m$ , pressures  $p_1$ ,  $p_2$  and gas constant  $R$ .
- (c) Determine what percentage of the quantity of heat given from the surroundings is used for the absolute work.