# 数　学

| | |
|---|---|
| 氏 名 | |
| 受 験<br>番 号 | |

**解答は，最後の答えだけを書くのではなく，その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。**

問 1　以下の問いに答えよ。

(1) $\sin x + \sqrt{3}\cos x$ を $r\sin(x+\alpha)$ の形に変形せよ。ただし，$r$ と $\alpha$ は実数とする。

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，不等式 $\sin x + \sqrt{3}\cos x \geqq \sqrt{2}$ を満たす $x$ の値の範囲を求めよ。

[解答例]

(1)
$$\begin{aligned}\sin x + \sqrt{3}\cos x &= \sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}\cos x\right)\\ &= 2\left(\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)\\ &= 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos x\right)\\ &= 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\end{aligned}$$
となる。

(2) (1) の結果を用いると与えられた不等式は次のように変形できる。

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) \geqq \sqrt{2}$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) \geqq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ここで，$t = x + \frac{\pi}{3}$ とおくと，$0 \leqq x \leqq 2\pi$ より，$\frac{\pi}{3} \leqq t \leqq \frac{7}{3}\pi \cdots (i)$ である。

$(i)$ の範囲で，$\sin t \geqq \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす $t$ の値の範囲を求めると，

$$\frac{\pi}{3} \leqq t \leqq \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{9}{4}\pi \leqq t \leqq \frac{7}{3}\pi$$

よって，

$$\frac{\pi}{3} \leqq x + \frac{\pi}{3} \leqq \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{9}{4}\pi \leqq x + \frac{\pi}{3} \leqq \frac{7}{3}\pi$$

であるから，求める $x$ の値の範囲は，

$$0 \leqq x \leqq \frac{5}{12}\pi, \quad \frac{23}{12}\pi \leqq x \leqq 2\pi$$

となる。

| | |
|---|---|
| 得<br>点 | |

# 数　学

| 氏 名 | |
|---|---|
| 受 験 番 号 | |

解答は，最後の答えだけを書くのではなく，その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 2　座標平面上の 3 点 A(1,2), B(4,1), C(3,5) について，以下の問いに答えよ。

(1) 2 点 A(1,2), B(4,1) を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 点 C と直線 AB の距離を求めよ。

(3) △ABC の面積を求めよ。

[解答例]

(1) 点 A(1,2) と点 B(4,1) の 2 点を通るので，直線 AB の方程式は，

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ または $x + 3y - 7 = 0$　　となる。

(2) 点と直線の距離の公式より，直線 AB と点 C(3,5) の距離 $h$ は，

$h = \frac{|3 + 3 \cdot 5 - 7|}{\sqrt{1^2 + 3^3}} = \frac{11}{10}\sqrt{10}$　　となる。

(3) 線分 AB の長さは $\sqrt{10}$ なので，(2) の結果を用いると三角形の面積は，

$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{11}{10}\sqrt{10} = \frac{11}{2}$　　となる。

| 得 点 | |
|---|---|