

数 学 問 題

(理工学部 物質・環境類)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む6枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、問題 5 と問題 6 を含むすべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 問題 1 から問題 4 まではすべて解答してください。
問題 5 (数学 III の内容を含む) と問題 6 (数学 III の内容を含まない) は選択問題ですので、どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。「選択しない」と記入しなかった場合や問題 5 と問題 6 の両方を解答した場合は、両方の答案が0点になることがありますので、注意してください。
7. 解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。
解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
8. 問題 5 と問題 6 の選択問題の解答用紙を含む6枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下 書 用 紙 (1)

下 書 用 紙 (2)

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

1 n を自然数とする。整数の組 (x, y) で表される座標平面上の点で、次の条件を満たすものの個数をそれぞれ求めよ。

(1) 3 点 $(0, 0)$, $(n, 0)$, $(0, 2n)$ を頂点とする三角形の边上または内部にある。

(2) 連立不等式 $\begin{cases} y \leq n^2 \\ y \geq \frac{x^2}{4} \end{cases}$ で表される領域に含まれ、かつ $x \geq 0$ を満たす。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

- 2

a を正の定数とする。以下の問に答えよ。
- (1)

不等式 $|-5x + 3| \leq 2a$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。
- (2)

(1) において $a = 4$ のとき，すなわち，不等式 $|-5x + 3| \leq 8$ を満たす整数 x の個数を求めよ。
- (3)

不等式 $|-5x + 3| \leq 2a$ を満たす整数 x がちょうど 6 個存在するような a の値の範囲を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

理工物質環境 3

受 験 番 号	
------------	--

3 数列 $\{a_n\}$ は次の条件によって定められている。

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n + 1}{2}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の間に答えよ。

- (1) すべての n について、 $0 < a_n < 1$ となることを示せ。
- (2) すべての n について、 $a_n < a_{n+1}$ となることを示せ。
- (3) $a_n = \cos \theta_n$ となる θ_n $\left(0 < \theta_n < \frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

こ の 面 は 記 入 不 可

氏 名	
-----	--

理工物質環境 4

受 験 番 号	
------------	--

- 4
- 座標空間内の3点 A, B, C の位置ベクトル $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ は互いに垂直で, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = t$ ($t > 0$) とする。3点 A, B, C を通る平面を α とするとき, 以下の間に答えよ。
- (1) 原点 O から平面 α に垂線 OH を下ろす。ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および t を用いて表せ。
- (2) 線分 AB の中点を M とする。点 H が線分 CM を内分する点であることを示し, $CH : HM$ を t を用いて表せ。

[解答欄]

得点	
----	--

こ の 面 は 記 入 不 可

数 学

氏 名	
-----	--

理工物質環境 5	
受 験 番 号	

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので，どちらか 1 題を選択し，その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

5

以下の問に答えよ。

- (1) $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ の増減を調べて極値を求めよ。
- (2) 不定積分 $\int \frac{\log x}{x} dx$ を求めよ。
- (3) k は定数とする。 $y = \frac{\log x}{x}$ が表す曲線 C と $y = kx$ が表す直線 l が $y > 0$ の範囲でただ 1 つの共有点をもつとき，
曲線 C ，直線 l と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

こ の 面 は 記 入 不 可

数 学

氏 名	
-----	--

受 験 番 号	
------------	--

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので，どちらか1題を選択し，その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

6 傾斜角一定のまっすぐな登り坂の先に塔が水平方向に対し垂直に立っている。坂の途中のある地点 A で塔の根元から頂上までの見上げる角度を測ると 30° であった。A から塔に向かって登り坂を進み続け，途中で2度，塔の根元から頂上までの見上げる角度を測ると，1度目が 45° ，2度目が 60° であった。

以下の問に答えよ。ただし，目線の高さは考えないものとし，長さの単位は m（メートル）を用いる。

- (1) A の地点から1度目の観測点までの距離を a m，1度目の観測点と2度目の観測点の距離を b m とするとき， $\frac{b}{a}$ の値を求めよ。
- (2) A の地点から1度目の観測点までの距離は $100(\sqrt{3}-1)$ m で2度目の観測地点から塔の根元までの距離は $25\sqrt{3}$ m であった。塔の高さは何 m か。また，この登り坂の傾斜角を θ としたときの $\sin \theta$ の値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

こ の 面 は 記 入 不 可