

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答用紙には、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 1 $1 + \sqrt{2}$ の小数部分を α とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) α の値を求めよ。

(2) $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ の値を求めよ。

(3) $\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3}$ の値を求めよ。

(4) $\alpha^5 + \frac{1}{\alpha^5}$ の値を求めよ。

[解答例]

(1) $2 < 1 + \sqrt{2} < 3$ であるので、

$$\begin{aligned}\alpha &= (1 + \sqrt{2}) - 2 \\ &= \sqrt{2} - 1 \text{ である。}\end{aligned}$$

(2) (1) の解より、

$$\begin{aligned}\alpha + \frac{1}{\alpha} &= (\sqrt{2} - 1) + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = (\sqrt{2} - 1) + \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) \\ &= 2\sqrt{2} \text{ である。}\end{aligned}$$

(3) (2) の解より、

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} &= \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^3 - 3\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) = (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} \text{ である。}\end{aligned}$$

(4) (2) の解より、

$$\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 2 = (2\sqrt{2})^2 - 2 = 8 - 2 = 6 \text{ である。}$$

そして、この解と $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2\sqrt{2}$, $\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = 10\sqrt{2}$ より、

$$\begin{aligned}\alpha^5 + \frac{1}{\alpha^5} &= \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right)\left(\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3}\right) - \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) = 6 \cdot 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= 58\sqrt{2} \text{ である。}\end{aligned}$$

得 点	
-----	--

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答用紙には、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 2 以下の問いに答えよ。

(1) 次の連立不等式が表す領域を座標平面上に図示せよ。

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 4x \\ y \leq 0 \end{cases}$$

(2) 次の連立不等式が表す領域を座標平面上に図示せよ。

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ xy \leq 0 \end{cases}$$

(3) 次の不等式が表す領域を座標平面上に図示せよ。

$$|x| + |y| \leq 1$$

[解答例]

(1) $y \geq x^2 - 4x$ は図 1-1, $y \leq 0$ は図 1-2 である。したがって、答えは図 1-3 の灰色部分であり、境界線を含む。

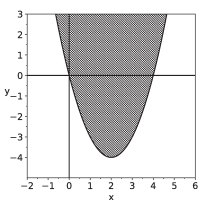


図 1-1

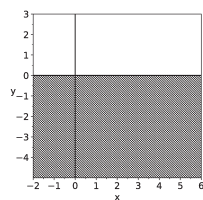


図 1-2

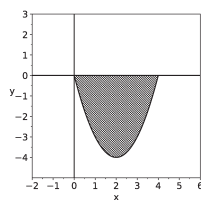


図 1-3

(2) $-1 \leq x \leq 1$ は図 2-1, $-1 \leq y \leq 1$ は図 2-2, そして, $xy \leq 0$ は図 2-3 である。したがって、答えは図 2-4 の灰色部分であり、境界線を含む。

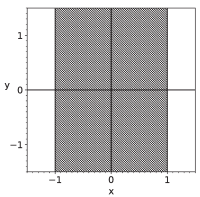


図 2-1

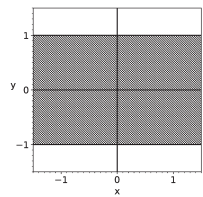


図 2-2

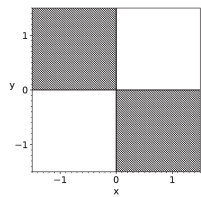


図 2-3

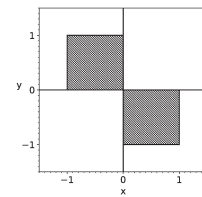


図 2-4

(3) $|x| + |y| \leq 1$ は、式 (i) $x + y \leq 1$, 式 (ii) $x - y \leq 1$, 式 (iii) $-x + y \leq 1$ と式 (iv) $-x - y \leq 1$ で表現できる。式 (i) は図 3-1, 式 (ii) は図 3-2, 式 (iii) は図 3-3, そして、式 (iv) は図 3-4 である。したがって、答えは図 3-5 の灰色部分であり、境界線を含む。

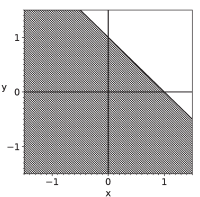


図 3-1

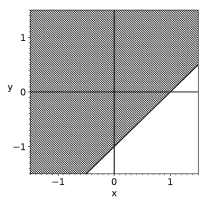


図 3-2

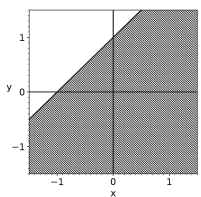


図 3-3

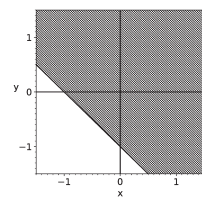


図 3-4

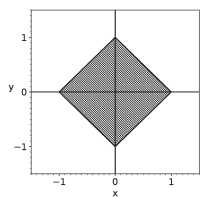


図 3-5

得 点	
-----	--