

'18

前期日程

物 理

(理 工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は1冊(10頁)、解答用紙は3枚、下書用紙は1枚です。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

1 地球の万有引力による人工衛星と小物体の運動に関する問(1)~(15)に答えなさい。ただし、万有引力定数を G 、地球の質量を M 、地球の半径を R 、人工衛星の質量を m とする。人工衛星は自転することなく運動するものとし、地球以外の天体、地球の大気、地球の自転および公転運動の影響は無視できるとする。また、地球の中心からの距離が、 R に等しい、あるいは、 R より大きい位置にある物体に地球が及ぼす引力は、地球の全質量が地球の中心に集まったとしたときの万有引力に等しい。以下では、地球の中心で静止している観測者が人工衛星と小物体の運動を観測しているものとする。

【I】 地球のまわりを速度の大きさ v で等速円運動している人工衛星に関する問(1)~(9)に答えなさい。ただし、人工衛星の円軌道の半径を r とし、 $r \geq R$ とする。

- (1) 人工衛星の加速度の大きさを、 r 、 v を用いて表しなさい。また、その加速度の向きを簡潔に記述しなさい。
- (2) 等速円運動をする人工衛星に作用している力の大きさを、 m 、 r 、 v を用いて表しなさい。また、その力の向きを簡潔に記述しなさい。
- (3) 人工衛星に作用している万有引力の大きさを、 G 、 M 、 m 、 r を用いて表しなさい。
- (4) 人工衛星の速度の大きさ v を、 G 、 M 、 r を用いて表しなさい。
- (5) 人工衛星の公転周期 T_0 を、 G 、 M 、 r を用いて表しなさい。
- (6) 人工衛星の力学的エネルギーを、 G 、 M 、 m 、 r を用いて表しなさい。
ただし、地球から無限に遠い位置を万有引力による位置エネルギーの基準にとる。
- (7) 人工衛星の公転周期 T_0 の 2 乗と軌道半径 r の 3 乗の比を、 G 、 M を用いて表しなさい。
- (8) 地表での重力加速度の大きさ g を、 G 、 M 、 R を用いて表しなさい。
- (9) 円軌道の半径が地球の半径 R と等しいときの人工衛星の速度の大きさ v を、地表での重力加速度の大きさ g および地球の半径 R を用いて表しなさい。

【Ⅱ】 地球のまわりを速度の大きさ v で等速円運動している人工衛星から、小物体を人工衛星の速度の向きへ瞬時に射出する。人工衛星の円軌道の半径を r とし、 $r \geq R$ とする。地球の中心で静止している観測者が観測した射出直後の小物体の速度の大きさは、射出直前の人工衛星の速度の大きさ v の α 倍で、 $\alpha > 1$ とする。小物体は大きさが無視できる物体であり、その自転の影響は無視できる。問(10), (11)に答えなさい。

(10) 以下の文章の空欄に「正」または「負」のうち適切な文字を入れなさい。

射出後の小物体の力学的エネルギーの値が の場合には、小物体は地球のまわりを公転する。ただし、地球から無限に遠い位置を万有引力による位置エネルギーの基準にとる。

(11) α がある値 α_0 より小さいと小物体は地球のまわりを公転するが、 α_0 より大きいと小物体は地球から無限の遠方へ飛んでいく。 α_0 を求めなさい。

【Ⅲ】 地表から小物体を水平方向に射出する。小物体は大きさが無視でき、その自転の影響は無視できる。問(12)に答えなさい。

(12) 小物体が無限の遠方へ飛んでいくようにするために必要な最小の初速度の大きさに最も近い値を(ア)~(ウ)から選び記号で答えなさい。ただし、この問いでは、地表での重力加速度の大きさ g を 9.8 m/s^2 、地球の半径 R を $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ とする。

(ア) $8.0 \times 10^3 \text{ m/s}$, (イ) $1.1 \times 10^4 \text{ m/s}$, (ウ) $1.7 \times 10^4 \text{ m/s}$

【IV】 人工衛星から射出された小物体が地球のまわりを公転運動する場合について、以下の文章を読み、問(13)~(15)に答えなさい。

地球のまわりの物体の公転運動についても、太陽のまわりの惑星の公転運動についてのケプラーの法則と同じ以下の法則が成り立つ。

第1法則 物体は地球の中心を1つの焦点とするだ円軌道を描く(図1)。

第2法則 物体と地球の中心を結ぶ線分が一定時間に通過する面積は一定である。すなわち、面積速度は一定である。

第3法則 物体の公転周期 T の2乗とだ円の半長軸 a の3乗の比は、物体の質量および軌道によらず一定になる。

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad (k \text{ は定数})$$

なお、軌道上のある点における物体の面積速度は、地球の中心と物体を結ぶ線分の長さを d 、物体の速度の大きさを u 、線分と速度がなす角を θ とすると、 $\frac{1}{2} du \sin \theta$ と表される(図2)。

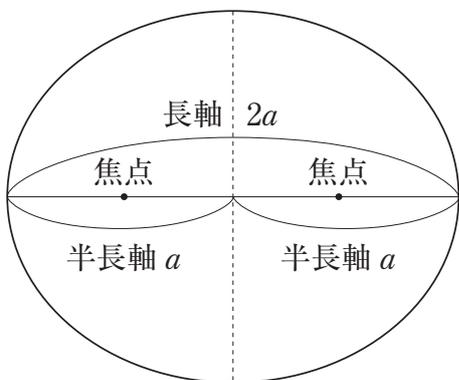


図1

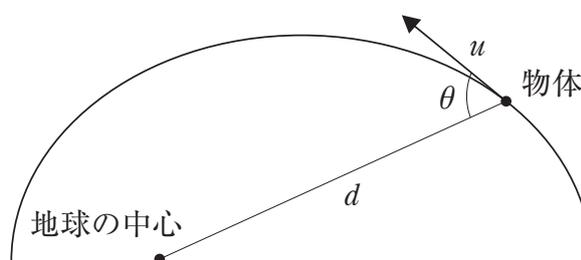


図2

地球のまわりを速度の大きさ v で等速円運動している人工衛星から、小物体を図3のP点で人工衛星の速度の向きへ瞬時に射出した。人工衛星の円軌道の半径を r とし、 $r \geq R$ とする。地球の中心で静止している観測者が観測した射出直後の小物体の速度の大きさ u_P は、射出直前の人工衛星の速度の大きさ v の β 倍で、小物体の軌道は図3のような線分PQを長軸とするだ円軌道になった。小物体は大きさが無視できる物体であり、その自転の影響は無視できる。Q点と地球の中心Oの距離を l とする。

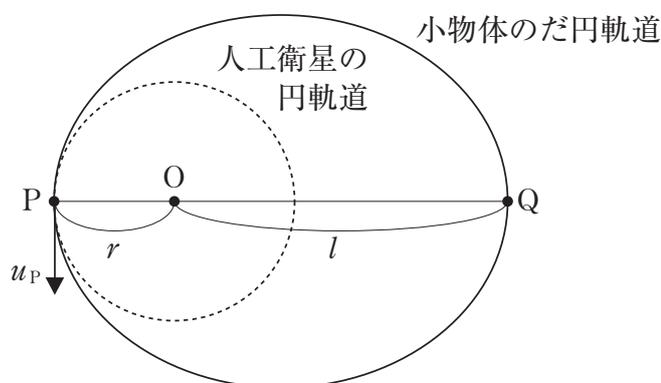


図3

- (13) Q点での小物体の速度の大きさはP点での速度の大きさ u_P の何倍か。
 l, r を用いて表しなさい。
- (14) 力学的エネルギー保存則と問(13)の結果を利用して β を求め、 l, r を用いて表しなさい。
- (15) 問(7)の結果を利用して小物体の公転周期を求め、 G, M, l, r を用いて表しなさい。

2 以下の文章を読み，問(1)～(11)に答えよ。

【I】 図1のように，磁束密度の大きさが B [T] で鉛直下向きの一様な磁場中に，絶縁体でできた水平な床面があり，この床面上に，長さの等しい一対の導体のレール XY と $X'Y'$ を間隔 L [m] で平行に並べて固定する。 XX' 間に，静電容量が C [F] で電荷が蓄えられていないコンデンサーと，電圧 E [V] の直流電源と，スイッチ S を導線をつないで挿入する。長さ L [m]，質量 m [kg]，電気抵抗 R [Ω] の金属棒 PP' を，2本のレールの上に垂直に渡して置いた後，スイッチ S を入れたところ，金属棒は初速度 0 m/s でレール上をレールと垂直を保ちながら運動し始めた。レールは十分に長く，金属棒がレールの端まで達することはないとする。空気抵抗，レールと金属棒の間の摩擦，レールの電気抵抗， XX' 間の導線部分の電気抵抗は，全て無視できる。

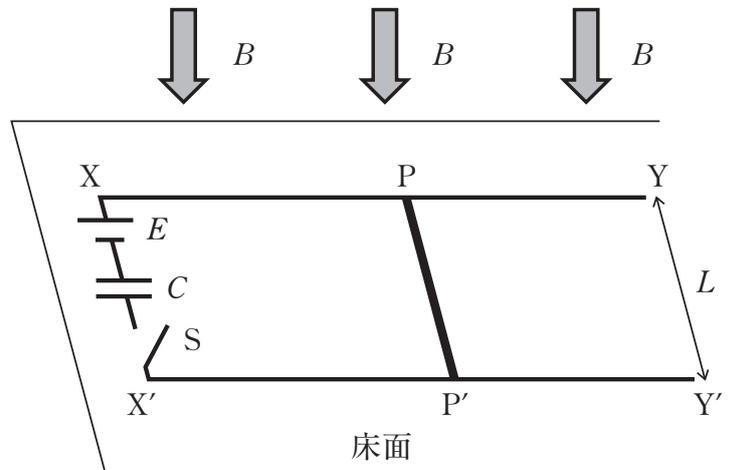


図1

(1) 金属棒 PP' が運動を始めた後の，金属棒の進む向きを，以下の(a)，(b)から選び，記号で解答せよ。

(a) XX' に向かう向き，(b) YY' に向かう向き

十分に時間が経過した後，金属棒の速さは一定値 V [m/s] になった。

(2) このとき，金属棒内にある自由電子が磁場から受ける力の向きを，以下の(a)，(b)から選び，記号で解答せよ。

(a) P から P' の向き，(b) P' から P の向き

(3) このとき，コンデンサーに蓄えられている電気量を， B ， C ， E ， L ， V を用いて表せ。

【II】 図2のように，磁束密度の大きさが B [T] で鉛直下向きの一様な磁場中に，絶縁体でできた水平な床面があり，この床面上に，長さが等しい一対の導体のレール XOY と $X'O'Y'$ の両端を固定する。2本のレールはそれぞれの中点 O ， O' で同じ角度だけ曲がっており，点 X ， O ， Y を含む面と，点 X' ， O' ， Y' を含む面は，ともに床面に対し垂直である。点 O ， X ， X' ， O' と，点 O ， Y ， Y' ， O' はそれぞれ長方形をなし，これらの長方形と床面がなす角は，どちらも θ [rad] $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ である。また， XX' 間の距離， OO' 間の距離， YY' 間の距離は全て L [m] である。

長さ L [m]，質量 m [kg]，電気抵抗 R [Ω] の金属棒を2本用意し，金属棒 PP' ，金属棒 QQ' と呼ぶ。両者を OO' の位置で2本のレールに垂直に渡して並べ，同時にそっと手を離すと，金属棒 PP' は XX' 側に，金属棒 QQ' は YY' 側に，ともに初速度 0 m/s で，レールと垂直を保ちながらレール上を滑り落ち始めた。レールは十分に長く，金属棒がレールの端まで達することはないとする。また，空気抵抗，レールと金属棒の間の摩擦，レールの電気抵抗は，全て無視できる。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。以下の問題では回路 $PP'O'Q'QOP$ に生じる誘導電流が作る磁場の影響を無視する。

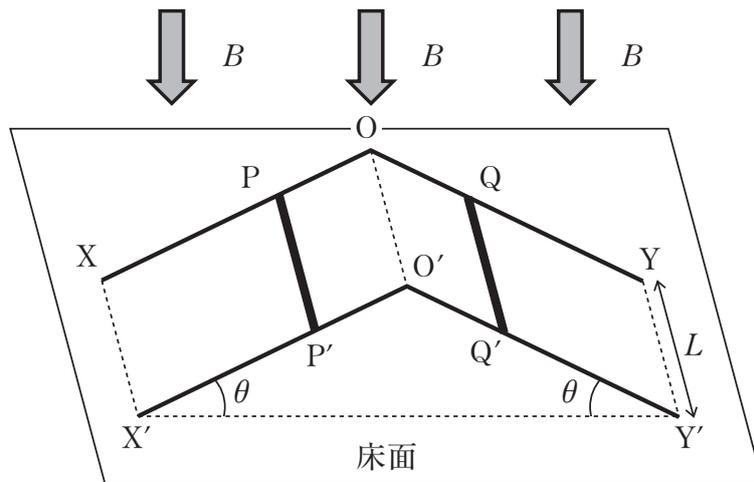


図2

十分に時間がたつと、2本の金属棒の速さはともに一定値 v [m/s] になった。この後の金属棒の運動に関連して、問(4)~(10)に答えよ。

- (4) 微小時間 Δt [s] の間における、回路 $PP'O'Q'QOP$ を貫く磁束の変化量の大きさを求め、 θ 、 Δt 、 B 、 L 、 v を用いて表せ。
- (5) 回路 $PP'O'Q'QOP$ に生じる誘導起電力の大きさを求め、 θ 、 B 、 L 、 v を用いて表せ。
- (6) 金属棒 PP' を流れる電流の大きさを求め、 θ 、 R 、 B 、 L 、 v を用いて表せ。また、金属棒 PP' を流れる電流の向きを、以下の(a)、(b)から選び、記号で解答せよ。
 (a) P から P' の向き、(b) P' から P の向き
- (7) 2本の金属棒は、それぞれ磁場から同じ大きさの力を受ける。この力の大きさを求め、 θ 、 R 、 B 、 L 、 v を用いて表せ。
- (8) 金属棒の速さ v を求め、 θ 、 R 、 B 、 L 、 g 、 m を用いて表せ。
- (9) 回路 $PP'O'Q'QOP$ で1秒間あたりに発生するジュール熱を求め、 θ 、 R 、 B 、 L 、 g 、 m を用いて表せ。
- (10) 重力が2本の金属棒にする仕事の仕事率を求め、 θ 、 R 、 B 、 L 、 g 、 m を用いて表せ。

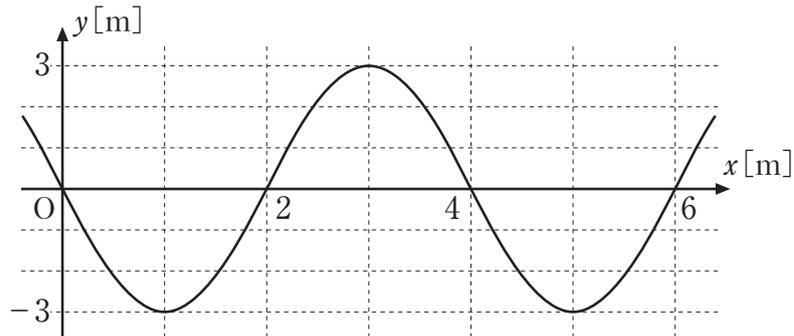
次に、レールの配置は図2のまま、磁束密度の大きさを変えずに磁場の向きだけを反転させた。

再び金属棒 PP' と QQ' を OO' の位置で2本のレールに垂直に渡して並べ、同時にそっと手を離すと、金属棒 PP' は XX' 側に、金属棒 QQ' は YY' 側に、ともに初速度 0 m/s で、レールと垂直を保ちながらレール上を滑り落ち始めた。レールは十分に長く、金属棒がレールの端まで達することはないとする。また、空気抵抗、レールと金属棒の間の摩擦、レールの電気抵抗は、全て無視できる。

- (11) この後の2本の金属棒の運動の様子を述べた文として最もふさわしいものを、以下の(a)~(d)から一つ選び、記号で解答せよ。
- (a) 2本の金属棒は、どちらも途中で止まる。
 - (b) 2本の金属棒は、十分に時間が過ぎた後、 0 m/s でない同じ速さの等速直線運動をし、その速さは問(8)の正しい答えとは異なる。
 - (c) 2本の金属棒は、十分に時間が過ぎた後、 0 m/s でない同じ速さの等速直線運動をし、その速さは問(8)の正しい答えと等しい。
 - (d) 2本の金属棒は、どちらも加速度の大きさが 0 m/s^2 でない等加速度運動をする。

3

- 【I】 x 軸正の向きに進む、振幅 3.0 m 、波長 4.0 m 、振動数 2.5 Hz の正弦波がある。図は、時刻 $t = 0 \text{ s}$ における位置 $x[\text{m}]$ と波の変位 $y[\text{m}]$ の関係を示しており、この時刻において $x = 0 \text{ m}$ での変位は $y = 0 \text{ m}$ である。この正弦波に関する以下の問(1)~(3)に答えよ。



図

- (1) この正弦波の周期を有効数字2桁で答えよ。
- (2) この正弦波が進む速さを有効数字2桁で答えよ。
- (3) 時刻 $t = 0.5 \text{ s}$ における位置 $x[\text{m}]$ と変位 $y[\text{m}]$ の関係を、 $0 \leq x \leq 6 \text{ m}$ の範囲について、解答欄のグラフに図示せよ。

- 【II】 ドップラー効果に関する以下の問(4)に答えよ。

- (4) 次の文章の空欄 ~ に入る適切な式を、文章中に出てくる V, f, v_s, v_o, L のうちの必要なものを用いて表せ。

音源と観測者が一つの直線上をそれぞれ一定の速さで互いに近づいている。音源は時刻 $t = 0 \text{ s}$ になるずっと前から音を出し続けており、時刻 $t = 0 \text{ s}$ において音はすでに観測者のところまで届いている。音源と観測者の間の距離は十分離れており、音源と観測者がすれ違うことはない。音速を $V[\text{m/s}]$ とし、風は吹いていないものとする。音源の振動数を $f[\text{Hz}]$ 、音源の移動の速さを $v_s[\text{m/s}]$ 、観測者の移動の速さを $v_o[\text{m/s}]$

とし、 v_s 、 v_o は V に比べて十分小さいとする。

直線上に距離 L [m]だけ離れた点P、Qがあり、時刻 $t = 0$ sに、音源が点Pを、観測者が点Qをそれぞれ通過したとする。時刻 $t = 0$ sに音源から出た音が点Qに到達する時刻は $t =$ [s]である。時刻 $t = 0$ sから $t =$ [s]の間に、音源は点Qに向かって [m]だけ進んでおり、また、この間に音源は 個の波を出している。ゆえに、 $L -$ [m]の距離に 個の波が含まれていることから、音源の移動する向きに進む音の波長は [m]となる。また、時刻 $t = 0$ sから $t =$ [s]の間に、点Qには 個の波が届いており、この間に観測者は [m]だけ点Pに近づいている。ゆえに、時刻 $t = 0$ sから $t =$ [s]の間に観測者が観測する波の数は 個となる。以上より、観測者が観測する音の振動数は [Hz]となる。

