'15

受験番号

前期日程

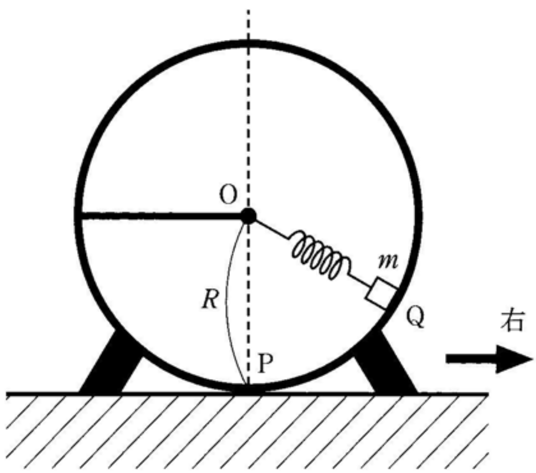
物 理 問 題

(理 工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子のページ数は10ページです。問題，解答用紙に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等がある場合には申し出てください。
3. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
4. 解答用紙を持ち帰ってはいけません。
5. 問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

1 図のように，円筒の内側を運動する質量 m の小物体を考える。円筒は中心軸が水平になるように床に固定されており，小物体は，中心軸に垂直な鉛直面内を運動する。円筒内面の半径を R とする。小物体は，自然長 l，ばね定数 k のばねにつながれており，ばねの他方の端は，円筒の中心軸上に支持棒で固定された点 O に，自由に回転できるようにつながれている。点 O から鉛直におろした直線と円筒内面との交点を点 P，円筒内面上にある小物体の位置を点 Q とする。ばねの自然長は $l > R$ を満たすとする。また，ばねの質量は無視でき，ばねは常に直線 OQ 上にあるとする。重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。



図

［Ⅰ］ 小物体と円筒内面の間に，静止摩擦力が働く場合を考える。静止摩擦係数を μ とする。小物体を円筒内面上で，ある角度 $\angle \mathrm{POQ} = \theta_1$ ($0 \leqq \theta_1 < \pi$ [rad]) の位置において静かに離したところ，小物体はすべらずに静止した。

(1) このときに，小物体がばねから受ける力の大きさを，k，l，R を用いて表せ。

(2) このときに，小物体が受ける重力の，直線 OQ に平行な成分の大きさを，m，g，θ_1 を用いて表せ。

(3) このときに，小物体が受ける重力の，直線OQに垂直な成分の大きさを，m，g，θ_1 を用いて表せ。

(4) 以下の文章の $\boxed{\text{(ア)}}$ に入る適切な数式を，l，R，m，g，θ_1 を用いて表せ。

角度$\angle \mathrm{POQ} = \theta_1$ の位置にある小物体が，円筒内面から離れないために，ばね定数が満たすべき条件を考える。角度$\angle \mathrm{POQ} = \theta_1$ が $0 \leqq \theta_1 \leqq \frac{\pi}{2}$[rad]にある場合は，ばね定数 k の値によらず，小物体が円筒内面から離れることはない。一方，$\frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$[rad]にある場合は，ばね定数 k は，

$k \geqq \boxed{\text{(ア)}}$

を満たさなければならない。

(5) 以下の文章の $\boxed{\text{(イ)}}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g，θ_1 を用いて表せ。

小物体が角度$\angle \mathrm{POQ} = \theta_1$($0 \leqq \theta_1 < \pi$[rad])の位置に静止していることから，小物体と円筒内面の間の静止摩擦係数 μ は，

$\mu \geqq \boxed{\text{(イ)}}$

を満たしていることがわかる。

(6) 以下の文章の $\boxed{\text{(ウ)}}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g，μ を用いて表せ。

小物体が角度$\angle \mathrm{POQ} = \frac{\pi}{2}$[rad]の位置で静止していたとする。この状態から，円筒を床から静かに離して大きさ a の加速度で鉛直上方に等加速度運動させる。このとき，小物体が円筒内面上をすべりはじめるためには，加速度の大きさ a は，

$a > \boxed{\text{(ウ)}}$

を満たさなければならない。

[Ⅱ]　次に，円筒を再び床に固定させたのち，円筒内面に潤滑剤を塗り，小物体と円筒内面の間の摩擦力が無視できるようにする。潤滑剤の厚さは無視でき，円筒内面の半径は R のままであるとする。小物体を点Pの位置から，速さ v で水平右向きに打ち出したところ，小物体は円筒内面上を反時計回りに円運動し，円筒内面から離れることなく，円筒内面上の最高点($\angle POQ = \pi$[rad]の点)に到達した。

(7)　小物体が角度 $\angle POQ = \theta\,(0 \leqq \theta \leqq \pi\text{[rad]})$ の位置にある瞬間に，小物体がもつ重力による位置エネルギーを，R，m，g，θ を用いて表せ。ただし，点Pを重力による位置エネルギーの基準点とする。

(8)　小物体が角度 $\angle POQ = \theta\,(0 \leqq \theta \leqq \pi\text{[rad]})$ の位置にある瞬間の，小物体の速さを，R，v，g，θ を用いて表せ。

(9)　小物体と一緒に運動している観測者から見た，小物体が角度 $\angle POQ = \theta\,(0 \leqq \theta \leqq \pi\text{[rad]})$ の位置にある瞬間に小物体にはたらく遠心力の大きさを，R，m，v，g，θ を用いて表せ。

(10)　小物体が角度 $\angle POQ = \theta\,(0 \leqq \theta \leqq \pi\text{[rad]})$ の位置にある瞬間の，小物体が円筒内面から受ける垂直抗力の大きさを，k，l，R，m，v，g，θ を用いて表せ。

(11)　以下の文章の $\boxed{\text{(エ)}}$，$\boxed{\text{(オ)}}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g のうちの必要なものを用いて表せ。

小物体が円筒内面から離れず，円筒内面上の最高点に到達するために，点Pにおける小物体の速さ v が満たすべき条件を考える。まず，小物体が最高点に到達するためには，点Pにおける小物体の運動エネルギーが，点Pを基準点とした最高点における小物体の重力による位置エネルギー以上でなければならないことから，v は，

$$v \geqq \boxed{\text{(エ)}}$$

を満たさなければならないことがわかる。また，小物体が最高点に到達するまで，円筒内面から離れないためには，v は，

$$v \geqq \boxed{\text{(オ)}}$$

を満たさなければならない。これらの条件が両方とも満たされたとき，小物体は円筒内面から離れず，円筒内面上の最高点に到達する。

2 電場あるいは磁場中の荷電粒子の運動に関する以下の[ア]，[イ]の問いに答えよ。ただし，荷電粒子の大きさ，および重力の影響は無視できるとする。また荷電粒子の運動する空間はすべて真空であるとする。

[ア] 図1のように，xy 平面を，$y \geqq 0$ で定義される領域1，および $0 > y > -d$ で定義される幅 d[m]の領域2，ならびに $y \leqq -d$ で定義される領域3にわける。領域1および領域3では紙面に垂直に裏から表に向かって磁束密度 B[T]の一様な磁場を加え，電場は加えない。領域2では磁場は加えず，大きさ E[V/m]の一様な電場を y 軸に平行に加える。その電場の向きは y 軸の正か負の向きに変えることができ，最初は負の向きであった。領域2の上端 $y = 0$ および下端 $y = -d$ の間の電位差の大きさを V[V]とする。

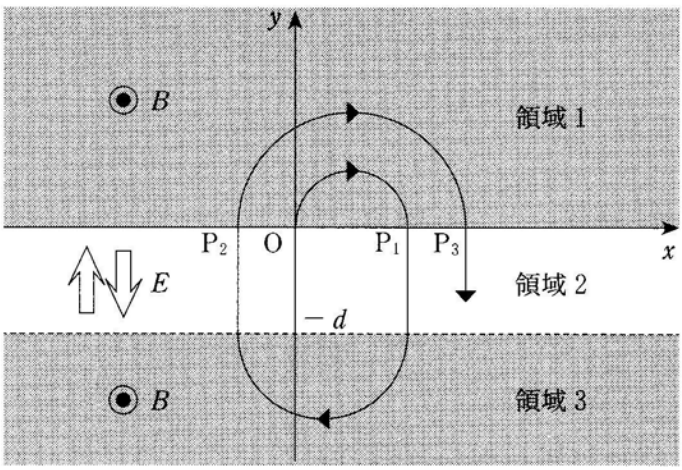


図1

(1) V を E，d を用いて表せ。

質量 m[kg]，正の電荷 q[C]をもつ粒子を原点Oから y 軸の正の向きに大きさ v[m/s]の初速度で入射させると，図1のように，粒子は領域1で等速円運動した。

(2) 粒子がうけるローレンツ力の大きさを，q，v，B を用いて表せ。

(3) 粒子の等速円運動の半径を，m，q，v，Bを用いて表せ。

その後，粒子は半周してx軸上の点P_1を通過し，領域2に入ると，領域2の一様な電場によって加速され，領域3に進入した。その後，粒子が領域3で円運動して再度領域2に入る前に，領域2の電場の向きを反転させる。以後同様に，粒子が領域2を出てから，次に領域2に入るまでに，領域2の電場の向きを反転させるとする。すると，粒子は領域2を通過するたびに加速され，円運動の半径はしだいに大きくなる。

(4) 粒子が領域2を通過するたびに，粒子の運動エネルギーは毎回 $\boxed{\text{(あ)}}$ ずつ増える。$\boxed{\text{(あ)}}$ に入る適切な式を，m，d，q，Vのうち必要なものを用いて表せ。

粒子が領域1への2回目の進入をするときのx軸上の点を点P_2とし，領域2への3回目の進入をするときのx軸上の点を点P_3とする。

(5) 点P_2と原点Oの間の距離を，m，d，q，v，B，Vのうち必要なものを用いて表せ。

(6) 点P_3と原点Oの間の距離を，m，d，q，v，B，Vのうち必要なものを用いて表せ。

粒子が原点Oから入射した後，点P_1へ到達するまでの時間をT_1[s]，点P_2から点P_3へ到達するまでの時間をT_2[s]とする。

(7) T_1を，m，d，q，v，B，Vのうち必要なものを用いて表せ。

(8) T_2を，m，d，q，v，B，Vのうち必要なものを用いて表せ。

(9) T_1とT_2の大小関係について，もっとも適切なものを次の①～③からひとつ選べ。

① $T_1 > T_2$　　② $T_1 = T_2$　　③ $T_1 < T_2$

［イ］ 図2のように，xy 平面を，$y \leqq 0$ で定義される領域Ⅰ，$a > y > 0$ で定義される幅 a[m]の領域Ⅱ，$y \geqq a$ で定義される領域Ⅲにわける。領域Ⅰでは磁場は加えず，大きさ E'[V/m]の一様な電場を y 軸正の向きに加える。領域Ⅱでは，電場も磁場も加えない。領域Ⅲでは紙面に垂直に裏から表に向かって磁束密度 B'[T]の一様な磁場を加え，電場は加えない。

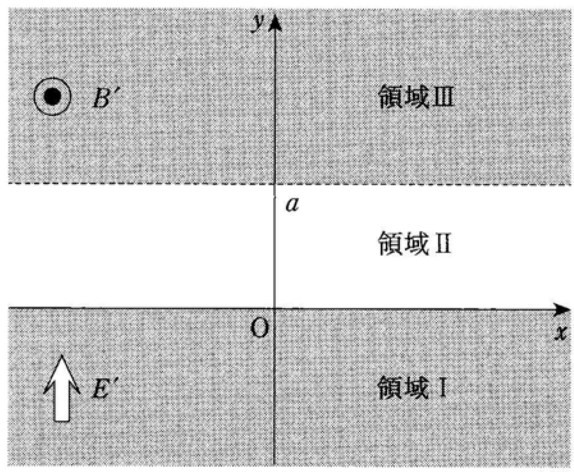


図2

質量 m[kg]，正の電荷 q[C]をもつ粒子を，原点Oから y 軸の負の向きに大きさ v[m/s]の初速度で入射させると，粒子は領域Ⅰ中を運動した後，原点Oを通過し領域Ⅱに進入した。

(10) 粒子が入射してから，最初に領域Ⅱに進入するまでに要した時間を，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

(11) この間に，領域Ⅰで粒子が原点から最も離れたときの，原点からの距離を，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

その後，粒子は，領域Ⅱ中を運動した後，領域Ⅲ中で等速円運動して，領域Ⅱに再度進入した。ここで，磁束密度の大きさは調整されており，粒子が領域Ⅲ中を運動する時間は領域Ⅰ中を運動する時間と同じであった。

(12) 領域Ⅲの磁束密度の大きさ B' を，a，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

(13) 領域Ⅲでの円運動の半径を，a，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

3 光の反射と屈折について考える。以下の設問に解答せよ。

屈折率 n_1 の媒質1と屈折率 n_2 の媒質2が，水平な境界面で接している。図1のように，媒質1内において速さ c_1 で伝わる平面波の光が，媒質1の側から入射角 θ で入射し，境界面で反射，および，屈折する現象を考える。$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ [rad]とする。図1は時刻0に波面AA′の一端Aが境界面に達した様子を表す。その後の時刻 t_1 に，他端A′が境界面に達する位置B′も示してある。

(1) A′B′間の距離を c_1，t_1 を用いて表せ。

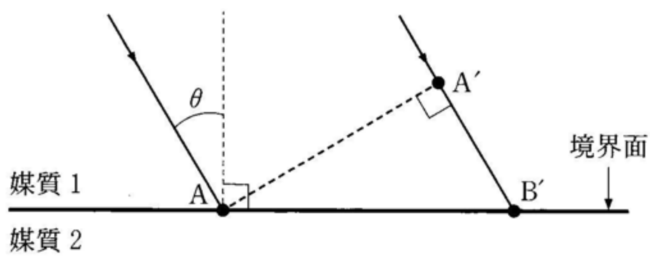


図1

最初に反射の様子を考える。時刻0の波面AA′は，時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に，波面CZZ′に達し，時刻 t_1 には波面BB′に達しているとする(図2参照)。

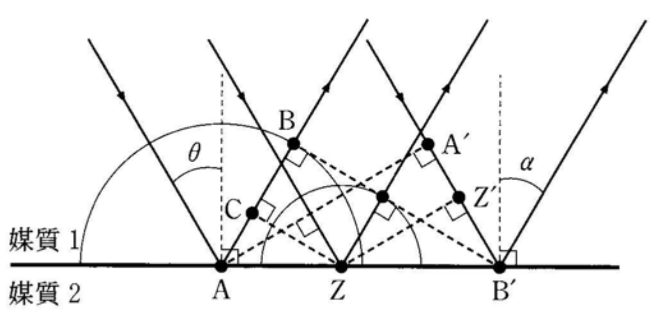


図2

(2) 以下の文章の $\boxed{\text{(ア)}}$ と $\boxed{\text{(イ)}}$ にあてはまる適切な式を答えよ。

時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に位置 Z から出た素元波を考える。位置 Z は，AZ 間の距離 $\overline{\mathrm{AZ}}$ で指定できる。AA′ と ZZ′ が平行なので，$\overline{\mathrm{AZ}}$ は，c_1，t，θ を用いて $\overline{\mathrm{AZ}} = \boxed{\text{(ア)}}$ と表せる。時刻 t に位置 Z を波源として生じた素元波は，時刻 t_1 において媒質 1 内に半球の波面を作る。これを媒質 1 内における『時刻 t に波源 Z から出た素元波の時刻 t_1 における波面』と呼ぼう。時刻 t_1 におけるこの波面の半径は，c_1，t，t_1 を用いて $\boxed{\text{(イ)}}$ と表せる。例として，図 2 には A と Z を波源とする素元波が半円で示されている。こうして『時刻 t に波源 Z から出た素元波の時刻 t_1 における波面』を，0 から t_1 までの全ての時刻 t に対して考えると，それらが共通に接する面が時刻 t_1 における媒質 1 内の反射波の波面 BB′ となる。以下では図 2 に α で表した反射角について考察する。

(3) AB′ 間の距離を c_1，t_1，α を用いて表せ。

(4) AB′ 間の距離を c_1，t_1，θ を用いて表せ。

(5) 反射角 α を θ を用いて表せ。

次に，屈折率が $n_1 < n_2$ の関係を満たすとして屈折の様子を考える。時刻 0 の波面 AA′ は，時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に，波面 C′ZZ′ に達し，時刻 t_1 には波面 B″B′ に達しているとする(図 3 参照)。

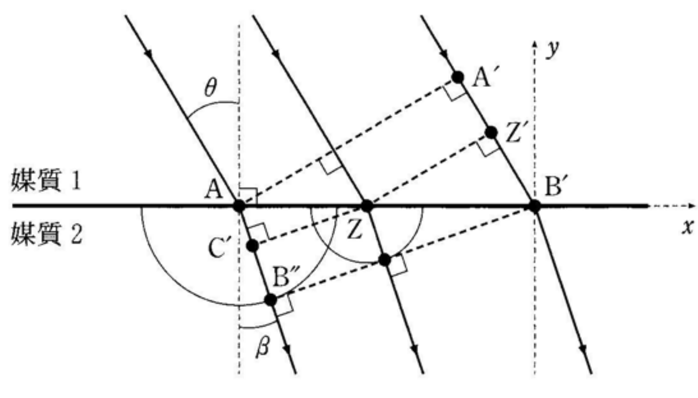


図 3

(6) 媒質 2 内における光の伝わる速さを c_1, n_1, n_2 を用いて表せ。

(7) 光の振動数は，媒質が変わっても変化しない。媒質 1 内と媒質 2 内における光の波長の差の絶対値を $\Delta\lambda$ としたとき，光の振動数を c_1, n_1, n_2, $\Delta\lambda$ を用いて表せ。

(8) ホイヘンスの原理に基づき，波面 B″B′ を作図する方法を検討する。以下の文章の $\boxed{\text{(ウ)}}$ から $\boxed{\text{(カ)}}$ までの空欄にあてはまる適切な式を答えよ。

時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に位置 Z から出た素元波を考える。位置 Z は，ZB′ 間の距離 $\overline{\mathrm{ZB'}}$ で指定でき，$\overline{\mathrm{ZB'}}$ は t, t_1, c_1, θ を用いて $\overline{\mathrm{ZB'}} = \boxed{\text{(ウ)}}$ と表せる。時刻 t に位置 Z を波源として生じた素元波は，時刻 t_1 において媒質 2 内に半球の波面を作る。これを媒質 2 内における『時刻 t に波源 Z から出た素元波の時刻 t_1 における波面』と呼ぼう。時刻 t_1 におけるこの波面の半径 r は，c_1, t, t_1, n_1, n_2 を用いて $r = \boxed{\text{(エ)}}$ と表せる。例として，図 3 には A と Z を波源とする素元波が半円で示されている。こうして『時刻 t に波源 Z から出た素元波の時刻 t_1 における波面』を，0 から t_1 までの全ての t に対して考えると，それらが共通に接する面が時刻 t_1 における媒質 2 内の屈折波の波面 B″B′ となる。

図 3 に示したように，B′ を原点，水平右向きを x 軸の正の向き，鉛直上向きを y 軸の正の向きと定めると，波面 B″B′ は直線 $y = \dfrac{D}{\sqrt{1 - D^2}}\,x$ 上にある。ただし D は $\boxed{\text{(エ)}}$ を $\boxed{\text{(ウ)}}$ で割った比である。一方，図 3 のように屈折角を β で表すと，D は β を用いて $D = \boxed{\text{(オ)}}$ と表せる。

最後に，$n_1 > n_2$ の場合を考察しておこう。ホイヘンスの原理に基づいて作図を進めると，$\overline{\mathrm{ZB'}}$ と r は，それぞれ $\boxed{\text{(ウ)}}$ と $\boxed{\text{(エ)}}$ と表される。波面の線を実際に引けるかどうかを考えると，r が $\overline{\mathrm{ZB'}}$ より大きい場合には，B′ の位置から各波面に接線が引けないことがわかる。したがって，$n_1 > n_2$ の場合，各波面に接線が引けるためには，n_1, n_2, θ の間に不等式 $\boxed{\text{(カ)}}$ が成り立つ必要がある。