

数 学 問 題

(理工学部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号および氏名とふりがなは、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計算用紙 (1)

計算用紙 (2)

数 学

ふりがな	
氏名	

理工 1

受験 番号	
----------	--

1

A, A, B, B, C, D, E の 7 個の文字すべてを 1 列に並べる。

(1) この並べ方は何通りあるか。

(2) C と D が隣り合うような並べ方は、何通りあるか。

(3) C が D よりも左にあり、かつ E が D よりも右にあるような並べ方は、何通りあるか。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

ふりがな	
氏名	

理工 2

受験 番号	
----------	--

2

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}, \{d_n\}$ は, 初項がそれぞれ $a_1 = a, b_1 = b, c_1 = c, d_1 = d$ で与えられ, 漸化式

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n, \quad c_{n+1} = 2c_n + d_n, \quad d_{n+1} = c_n + 2d_n$$

を満たす。ただし, a, b, c, d は $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$ を満たす正の数とする。

(1) $\frac{c}{a} < \frac{c+d}{a+b} < \frac{d}{b}$ が成り立つことを証明せよ。

(2) すべての自然数 n について $\frac{c_n}{a_n} < \frac{d_n}{b_n}$ が成り立つことを, 数学的帰納法によって証明せよ。

(3) $a = 2, b = 1$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

ふりがな	
氏名	

理工 3

受験 番号	
----------	--

3 \vec{a}, \vec{b} を単位ベクトルとし、 $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ 、 $\vec{d} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ とおく。 \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) とし、 $x = \cos \theta$ とおく。

- (1) \vec{c} と \vec{d} の大きさを x を用いて表せ。
- (2) 内積 $\vec{c} \cdot \vec{d}$ を x を用いて表せ。
- (3) \vec{c} と \vec{d} のなす角も θ に等しいとき、 θ を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

ふりがな	
氏名	

理工 4

受験 番号	
----------	--

4 座標平面上の楕円 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ を C とし、点 $P(\alpha, \beta)$ を $\alpha > 0, \beta > 0$ を満たす C 上の点とする。点 P における C の接線 l と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ Q, R とおく。

- (1) l の方程式を α, β を用いて表せ。
- (2) 線分 QR の長さの 2 乗を α を用いて表せ。
- (3) 線分 QR の長さの最小値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

ふりがな	
氏名	

理工 5

受験 番号	
----------	--

- 5 すべての実数 x において、関数 $f(x)$ は微分可能で、その導関数 $f'(x)$ は連続とする。 $f(x)$, $f'(x)$ が等式

$$\int_0^x \sqrt{1 + (f'(t))^2} dt = -e^{-x} + f(x)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(0)$ を求めよ。
- (2) $f'(0)$ を求めよ。
- (3) $f(x)$ を求めよ。
- (4) $\int_0^1 x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--