

'13

前期日程

見本

数 学 問 題

(理工学部 I)
化学生物・環境創生

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

1 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (-1, 3)$ とし $\vec{p} = (1 - 2t)\vec{a} + t\vec{b}$ とする. t は $-1 \leq t \leq 1$ を動くとする.

- (1) $|\vec{p}|$ の最大値を求めよ.
- (2) $|\vec{p}|$ の最小値を求めよ.
- (3) $|\vec{p}|$ が最小となるときの \vec{p} を位置ベクトルとする点を M とする. \vec{a} を位置ベクトルとする点を A とするとき, $\triangle OAM$ の面積を求めよ. ただし, O は原点である.

[解答欄]

2 曲線 $C: y = x - 1 + 2\sqrt{x-1}$ に点 $P(\frac{1}{2}, 0)$ から接線 l を引く.

- (1) 接線 l の方程式を求めよ.
- (2) 曲線 C と接線 l および x 軸で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

[解答欄]

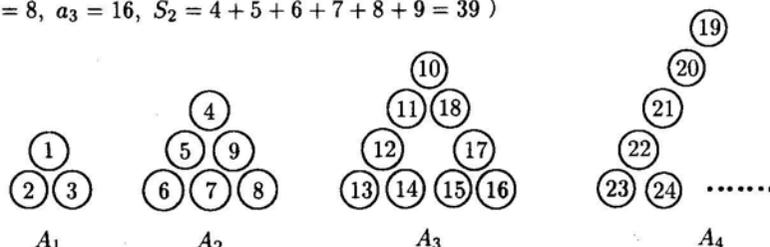
3 座標平面において, 原点 O を中心とする半径 1 の円周 C 上に定点 $A(-1, 0), B(1, 0)$ をとる. C の上半円周 (y 座標が正の部分) 上を動く点を P, 下半円周 (y 座標が負の部分) 上を動く点を Q とする. $\angle PAB = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), $\angle QAB = \beta$ ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) とし, 直線 PQ と x 軸との交点を $R(t, 0)$ とする.

- (1) t を α, β を用いて表せ.
- (2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ のときの t のとり得る値の範囲を求めよ.

[解答欄]

4 下図のように, 1 から順に番号の付いた基石を並べてつくられた正三角形の列 A_1, A_2, A_3, \dots がある. 正三角形 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の右下隅にある基石の番号を a_n とし, A_n 中のすべての基石の番号の和を S_n とする.

(例 $a_1 = 3, a_2 = 8, a_3 = 16, S_2 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$)



- (1) a_n の一般項を求めよ.
- (2) S_n の一般項を求めよ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=1}^n k(S_k - \frac{3}{2}k)$ を, ある関数の定積分を用いて表し, この極限値を求めよ.

[解答欄]

5 α を実数とし, 点 $(\alpha, 0)$ を通り傾き α の直線を $l(\alpha)$ とおく. 放物線 $y = px^2 + qx + r$ は, α がすべての実数を動くとき, つねに $l(\alpha)$ と接している.

- (1) p, q, r の値を求め, 接点の座標を α を用いて表せ.
- (2) $\alpha \neq 0$ のとき, この放物線と $l(\alpha)$ および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

[解答欄]