

## 数 学 問 題

(医 学 部)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。



- 1 (1)  $201^{20}$  の十億の位の数字を求めよ。  
 (2)  $201^{20}$  を  $4 \times 10^7$  で割ったときの余りを求めよ。

[ 解答欄 ]

- 2 空間内に 4 点  $A(2, 0, 2)$ ,  $B(6, 0, 0)$ ,  $C(4, 2, 2)$ ,  $D(5, 1, 7)$  がある。  
 (1) 3 点  $A, B, C$  を含む平面を  $\alpha$  とし, 点  $D$  から  $\alpha$  に下ろした垂線と  $\alpha$  の交点を  $H$  とする. 点  $E$  を,  $H$  が線分  $DE$  の中点となるようにとるとき,  $E$  の座標を求めよ。  
 (2)  $0 < t < 1$  とする. 線分  $AB$  を  $t:1-t$  に内分する点を  $P$ , 線分  $BC$  を  $t^2:1-t^2$  に内分する点を  $Q$ , 線分  $CD$  の中点を  $R$  とするとき, 四面体  $BPQR$  の体積の最大値を求めよ。

[ 解答欄 ]

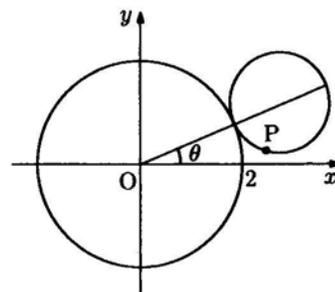
- 3 座標平面において, 原点  $O$  を中心とする半径 1 の円周  $C$  上に定点  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$  をとる.  $C$  の上半円周 ( $y$  座標が正の部分) 上を動く点を  $P$ , 下半円周 ( $y$  座標が負の部分) 上を動く点を  $Q$  とする.  $\angle PAB = \alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ),  $\angle QAB = \beta$  ( $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) とし, 直線  $PQ$  と  $x$  軸との交点を  $R(t, 0)$  とする。  
 (1)  $t$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。  
 (2)  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$  のとき,  $t$  のとり得る値の範囲を求めよ。  
 (3) 線分  $PR$  の長さ と線分  $RQ$  の長さの比が  $2:1$  のとき,  $t$  を  $\alpha$  を用いて表せ。

[ 解答欄 ]

- 4 自然数  $n$  について,  $0$  以上  $n$  以下の整数  $x, y$  を座標にもつ点  $(x, y)$  全体の集合を  $X_n$  とする. 行列  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  の表す一次変換による  $X_n$  の点の像全体の集合を  $Y_n$  とする.  $X_n$  と  $Y_n$  の共通部分  $X_n \cap Y_n$  の点の個数を  $a_n$  とする。  
 (1) 点  $(187, 110)$  は  $Y_{100}$  に含まれるかどうか理由をつけて述べよ。  
 (2)  $a_5$  を求めよ。  
 (3) 自然数  $m$  について,  $a_{6m}$  を  $m$  を用いて表せ。

[ 解答欄 ]

- 5 原点  $O$  を中心とする半径 2 の円を  $A$  とする. 半径 1 の円 (以下, 「動円」と呼ぶ) は, 円  $A$  に外接しながら, すべることなく転がる. ただし, 動円の中心は円  $A$  の中心に関し反時計回りに動く. 動円上の点  $P$  の始めの位置を  $(2, 0)$  とする. 動円の中心と原点を結ぶ線分が  $x$  軸の正方向となす角を  $\theta$  とし,  $\theta$  を  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲で動かしたときの  $P$  の軌跡を  $C$  とする。  
 (1)  $C$  を媒介変数  $\theta$  を用いて表せ。  
 (2)  $P$  の  $y$  座標が  $\frac{1}{2}$  のとき,  $P$  での  $C$  の接線の傾きを求めよ。  
 (3)  $C$  の長さを求めよ. ただし, 曲線  $x = f(\theta), y = g(\theta)$  ( $\alpha \leq \theta \leq \beta$ ) の長さは  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta$  と与えられる。



[ 解答欄 ]

点	
---	--